ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 OCTOBRE 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ALBIN HALLER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie la mort de deux de ses Correspondants pour la Section d'Astronomie : Sir *William Christie*, mort en mer le 22 janvier 1922, et M. *Jacobus Cornelius Kapteyn*, mort à Groningue, Pays-Bas, le 18 juin 1922.

M. le **Secrétaire perpétuel** présente les *Comptes rendus des séances de la cinquième Conférence de la Commission permanente et de la troisième et dernière Assemblée générale, assemblée générale de dissolution de l'Association internationale de Sismologie, réunie à Strasbourg les* 24 *et* 25 *août* 1922, rédigés par l'ancien secrétaire général R. de Kövesligethy.

GÉOLOGIE. — *Observations sur le terrain houiller de la Moselle.* Note [1] de MM. **Ch. Barrois, P. Bertrand, P. Pruvost.**

L'étude du terrain houiller de la Moselle que nous poursuivons depuis quelques années, notamment dans la concession de Sarre-et-Moselle, nous a appris qu'on ne pouvait étendre, à cette partie, les notions acquises dans la Sarre sur la structure tectonique du bassin. Elles sont insuffisantes. Loin de présenter, comme dans ce massif, l'aile septentrionale d'un anticlinal rompu, un faisceau uniclinal de veines inclinées au Nord-Ouest plus anciennes par conséquent à mesure qu'on avance vers le Sud-Est, le terrain

---

([1]) Séance du 2 octobre 1922.

houiller présente dans la Moselle la structure plissée, à plis parallèles, habituelle aux bassins houillers du Nord.

Dès notre première descente, nous avions été frappés du gisement en couches renversées, avec toits aux murs, de veines exploitées dans le champ de la fosse V de Merlebach : il indiquait en effet qu'au midi de cette fosse on devait passer sur la série montante des couches, au lieu de rencontrer des veines de plus en plus anciennes. C'est ce qu'est venu établir à la fois l'étude détaillée des flores de ces veines et la coupe de la grande galerie poussée par la Direction de la mine, vers le Sud-Est, jusqu'à la rencontre du poudingue de Holz.

L'étude des flores de la Moselle nous a permis de répartir les veines en trois zones végétales distinctes :

1. Zone à *Mixoneura ovata*	580^{m}
2. Zone à *Pecopteridium Defrancei*	460
3. Zone à *Neuropteris tenuifolia*	640
	1680

qui correspondent approximativement aux divisions reconnues antérieurement des *charbons flambants supérieurs*, des *flambants inférieurs* et des *gras*, mais qui sont dans la pratique plus sûres, et plus facilement reconnaissables.

A la zone 1 appartiennent à Merlebach les veines à noms ; à la zone 2, les veines à numéros (de 1 à 19) ; à la zone 3, les veines numérotées de 20 à 23.

Les veines rencontrées dans le puits de Sainte-Fontaine, à l'ouest des précédentes, inclinant W = 30°, présentent ainsi le pendage dominant dans la Sarre, elles ne sont plus renversées : on reconnaît aisément le mur avec racines au-dessous de la veine. L'étude de leur flore nous a permis de rapporter ces veines à la zone à *N. tenuifolia*, de telle sorte que les veines A à T, de cette fosse, correspondent aux veines 23 à 26 de Merlebach ; les veines inférieures à T étant plus anciennes que celles-ci, leur ensemble assigne à la zone à *N. tenuifolia*, de Sainte-Fontaine, une puissance de 800^{m}.

Une galerie à travers bancs montre entre les deux puits un massif stérile correspondant ainsi à l'axe d'un anticlinal dont les deux ailes formées par les charbons à *N. tenuifolia* ont été reconnues de part et d'autre aux puits de Merlebach et de Sainte-Fontaine.

Au nord-ouest du puits de Sainte-Fontaine, on reconnaît la flore de la zone à *P. Defrancei* dans le faisceau des veines exploitées au puits II ; puis, plus

loin, dans la même direction, dans le puits VI, la flore à *M. ovata*, formant la continuation en direction des grandes plateures de la Sarre.

Ainsi, l'étude des zones végétales permet d'assigner au gisement de la Compagnie de Sarre-et-Moselle la structure assez simple d'un pli anticlinal dont le noyau formé des couches à *N. tenuifolia* s'étend de Merlebach à Sainte-Fontaine, et qui porte sur son flanc ouest les couches peu inclinées des zones supérieures à *P. Defrancei* et à *M. ovata*, tandis que ces mêmes zones sont d'autre part en dressants très inclinés et parfois renversés, jusqu'au poudingue de Holz, touché à l'Est par une sondeuse.

L'anticlinal de Merlebach est ainsi dissymétrique, son flanc nord-ouest étant le plus redressé, à l'inverse de ce que l'on observe généralement dans le bassin franco-belge.

Il est facile de relier suivant leur direction ces faisceaux de couches de Sarre-et-Moselle avec ceux de la Petite-Rosselle, dont nous avons pu faire une étude provisoire. Les veines à *N. tenuifolia* de Sainte-Fontaine se retrouvent dans celles des puits Saint-Charles et Saint-Joseph (incl. N.), rapportées depuis longtemps déjà aux *charbons gras;* tandis que les veines à *P. Defrancei* de Merlebach se retrouvent avec des inclinaisons moindres dans les fosses Vuillemin, Wendel, Gargan. Dans le puits Simon, au Sud-Est vers Forbach, elles forment un nouvel anticlinal parallèle au précédent : entre eux, nous avons reconnu la flore de la zone à *M. ovata*.

Le pli anticlinal de (Saint-Joseph) Petite-Rosselle est la continuation de celui de Merlebach (Sarre-et-Moselle) de telle façon que les veines de son flanc nord sont continues de Sainte-Fontaine à Saint-Joseph, tandis que celles de son flanc sud exploitées à Merlebach sont enlevées à Petite-Rosselle par l'action d'une faille, déterminée par le même refoulement du Nord-Ouest au Sud-Est reconnu à Merlebach.

Il est plus malaisé de suivre ce pli anticlinal au Nord-Est de la Petite-Rosselle. Cependant le voisinage de la Selle de Clarenthal qui ramène la flore à *N. tenuifolia* au centre du bassin sarrois est un premier indice. La présence du petit bassin stéphanien de Burbach suivant le prolongement du synclinal de Forbach (compris entre les puits Gargan et Simon) en est un second, et il est d'autant plus précis que les couches inférieures de ce bassin reposent en concordance sur les courbes wesphaliennes de la zone à *M. ovata*, comme nous avons pu le constater dans les tranchées du chemin de fer au nord de ce bassin. La continuation de la faille anticlinale de la Petite-Rosselle séparerait les sondages 25, 26 où ont été reconnus les charbons gras et le sondage 27 où ont été reconnus les flambants supérieurs,

expliquant ainsi la disparition de la zone à *N. tenuifolia* au delà, vers le Nord-Est.

Ainsi, d'après les récents travaux des ingénieurs du bassin et nos observations paléontologiques, on doit actuellement considérer le bassin de Sarre-et-Moselle comme une nappe plissée dont le pendage septentrional est interrompu au Midi par deux plis anticlinaux parallèles, l'un de Sainte-Fontaine à Clarenthal, l'autre au puits Simon de la Petite-Rosselle.

Ce n'est donc pas un tapis permien uniforme épais, doublé de stéphanien, que l'on doit s'attendre à trouver comme couverture du houiller productif, sous les morts-terrains au sud de la faille du midi de Saarbrücken, mais bien la continuation du régime des plis anticlinaux et synclinaux abrasés du houiller de Sarre-et-Moselle, susceptible de faire affleurer sous le grès rouge des couches même inférieures à la zone à *N. tenuifolia*.

GÉOLOGIE. — *Les stades de recul des glaciers alpins et l'origine du lac Lauvitel (Oisans).* Note (¹) de M. **W. Kilian.**

Le lac Lauvitel (Lovitel) est situé dans le massif de l'Oisans sur un torrent affluent du Vénéon, au Sud-Sud-Ouest du village de la Danchère, en arrière d'une sorte de barrage dominant un tronçon aval de la vallée, de pente assez raide; en amont de l'espèce de palier sur lequel se trouve le lac, un vallon de 3^{km} à 4^{km} environ recueille les eaux des hauts massifs de la Muraillette et des crêtes allant du Clapier du Peyron à la Brèche de Valsenestre, au Signal de Lauvitel et au Rocher de la Selle. L'altitude du lac est de 1505^{m}, tandis que les sommets qui entourent ce bassin de réception accusent des altitudes de 3020^{m}, 3172^{m}, 2654^{m}, 3228^{m}, etc. Quelques petits névés se voient encore dans ce cirque montagneux.

Au point de vue géologique, la partie amont du lac et tous les sommets qui forment le bassin de réception, ainsi que les pentes et les escarpements qui limitent le vallon vers l'aval, sont formés soit de *Granite du Pelvoux* (massif du Rochail à l'Ouest du lac) avec filons d'Orthophyre et de Syénite (²), soit de schistes granitisés, sorte de Gneiss, qu'il est parfois fort difficile de distinguer du Granite franc. Ces dernières roches (Gneiss), traversées par quelques filons d'Aplite, constituent tout le flanc est de la

(¹) Séance du 16 octobre 1922.

(²) Toutes ces roches ont été étudiées par M. P. Termier, qui les a fait connaître dans des publications diverses, aujourd'hui classiques.

vallée, ainsi que les montagnes situées en amont du lac. Le lac lui-même est bordé à l'Est, au Sud et au Sud-Ouest par des Gneiss granitisés, et à l'Ouest et au Nord-Ouest par des Granites avec filons de Syénite (¹).

Vers le Nord, le lac est limité par une sorte de bourrelet topographique d'une certaine largeur (210^m) atteignant la cote de 1530^m, c'est-à-dire une altitude de 25^m à 28^m supérieure à celle du lac. Ce « vallum » est constitué par un entassement de blocs rocheux (Granites et Syénites) et présente vers l'aval une pente assez rapide, ainsi qu'une sorte de gradin dont le pied est à la cote 1390^m.

La partie de la vallée située en aval de cette ligne naturelle est encombrée de débris éboulés granitiques et gneissiques et de dépôts glaciaires; on remarque notamment sur la rive gauche un grand éboulis issu des flancs de la paroi du massif du Rochail et formé de blocs caractéristiques de Granite et de Syénite, souvent rubéfiés par suite de la décomposition de filonnets pyriteux et dont l'origine est visible dans les parois qui dominent la vallée à l'Ouest. Cet éboulis s'est divisé en deux au-dessus des bergeries de Lauvitel et a formé :

a. Une petite branche descendant en languette vers le lac;

b. Une branche principale dirigée vers le Nord-Est et qui est allée s'appliquer contre la digue du lac et la renforcer (gradin en contre-bas de la digue principale).

Cette digue elle-même est formée par des *dépôts morainiques* qui, bien qu'en partie recouverts par un enrochement partiel, causé par ledit éboulis, sont nettement reconnaissables à un œil exercé, et dont un ravinement récent sur le côté droit (²) a mis à nu la constitution profonde, consistant en sables argileux et cailloutis à caractères manifestement glaciaires. Les matériaux qui constituent l'éboulis et les blocs morainiques étant en partie de même provenance, il est d'ailleurs parfois difficile sans un examen attentif de distinguer les deux formations l'une de l'autre.

Plus en aval, on peut reconnaître, sur les deux côtés de la vallée, les « témoins » d'un *ancien remplissage* morainique. Ces témoins, en partie

(¹) *Loc. cit.*

(²) Cet éboulement très récent, qui nous a été montré par MM. Golliez et Chagny, un peu au-dessus de la source de l'émissaire est, a mis au jour, au-dessous de la couche d'éboulis et de blocs anguleux morainiques formant le couronnement de la digue, une formation à éléments plus fins, beaucoup plus triturés et un peu plus argileux, qui présente *le type classique de la « moraine de fond »* à cailloux usés et disséminés dans la masse des sables.

boisés, forment sous le hameau de Vivaraz (1250m) et en face de ce dernier, deux replats très nets [1].

Vers le bas du vallon les formations glaciaires et morainiques anciennes prennent un plus grand développement encore; elles supportent le hameau de la Danchère-Dessus et constituent sur la rive droite du Vénéon, en face des Gauchoirs, une importante moraine contournée par la route du Bourg-d'Oisans.

Il apparaît donc nettement que le torrent actuel, postérieur à toutes ces formations glaciaires anciennes, les a ravinées et s'est creusé un vallon allant du pied de la digue naturelle du lac aux Gauchoirs. Ce vallon est encombré par des éboulis granitiques et gneissiques et des dépôts glaciaires plus récents. Il aboutit en *amont* à une *formation morainique d'un stade plus récent* qui forme la *digue du lac*.

Le lac lui-même a une profondeur de 50m à 63m, suivant les hautes ou basses eaux; il forme un seul bassin dont la *profondeur maximum se trouve en amont* [2]; dans sa partie sud on remarque un *delta torrentiel* qui disparaît sous les eaux du lac où il paraît se terminer par une pente brusque; ce delta porte des arbres (sapins), qui accusent un âge d'au moins 60 à 100 ans, ce qui prouve que le remblaiement du lac par ce cône de déjections, s'il se produit, est au moins excessivement lent et ne présente aucun caractère menaçant. Son tracé sur les cartes topographiques dressées en 1856 montre d'ailleurs qu'il n'a, depuis cette époque, fait que des progrès insignifiants.

A droite et à gauche de ce cône de déjections sous-lacustre, la partie amont du lac est encaissée dans des parois abruptes de Gneiss granitisé et de Granite (partie ouest) et cette portion correspond au maximum de profondeur du bassin. Au Nord, le lac est limité par la digue naturelle morainique en partie recouverte d'éboulis granitiques, dont il a été question plus haut et qui supporte les chalets de Lauvitel. Cette digue a une largeur d'environ 210m à 300m et se termine vers l'aval par un talus fortement incliné dans lequel on remarque une série de sources qui constituent les déversoirs interstitiels du lac. Ces déversoirs occupent les altitudes de 115m, 130m et 90m au-

---

[1] Le gradin de Vivaraz est constitué par les restes d'une ancienne moraine entamée par l'érosion post-glaciaire et dont on voit le correspondant de l'autre côté de la vallée (côté droit). Il n'y a pas là, comme on l'a dit, « un profil transversal en forme de U et dessinant comme les marches d'un escalier gigantesque », mais bien une vallée récente creusée dans un remblaiement morainique plus ancien.

[2] La profondeur du lac présentant son maximum dans sa partie sud indique son origine glaciaire, car s'il s'agissait simplement d'une vallée barrée par un éboulis, la profondeur devrait au contraire, augmenter du Sud vers le Nord.

dessous du niveau du lac. Le déversoir le plus bas (côté droit) seul, à 90^{m} *au-dessous du fond* du lac, fonctionne en permanence.

L'origine du lac Lauvitel paraît donc être la suivante :

1° Postérieurement au retrait du glacier, qui avait accumulé pendant un *premier stade* les moraines considérables de Vivaraz, des Gauchoirs et de la Danchère, le glacier en voie de retrait a stationné pendant un certain temps (2e *stade*) à l'emplacement actuel du lac, correspondant à une sorte de palier où confluent le vallon descendant d'un cirque rocheux situé à l'Ouest et un déversoir du grand cirque situé au Sud entre le rocher de la Selle, le Clapier du Perron et la Tête de la Muraillette, c'est-à-dire à l'issue de deux bassins de réception glaciaires très importants et à l'amont d'un gradin ou « verrou » rocheux (correspondant peut-être à une barre de granulite ou d'aplite). Pendant ce stationnement récent (2e stade), l'érosion glaciaire a creusé et modelé, conformément aux lois bien connues de l'érosion glaciaire, au confluent de ces deux branches glaciaires, une cuvette rocheuse en avant de laquelle, sur le flanc du glacier unique formé par la confluence des deux branches, s'est édifiée une *puissante moraine frontale* recouvrant un reste de moraine de fond (plus finement sableuse) et superposée au *seuil rocheux* qui limitait vers l'aval la cuvette creusée par le glacier. A l'Est, il est probable qu'un émissaire déversait autrefois par une échancrure de la digue le trop-plein du bassin.

[Actuellement ce trop-plein du lac, s'infiltrant dans les dépôts morainiques, descend *au-dessus du niveau moyen du seuil rocheux* et alimente (en partie par siphonnement interstitiel ?) une série de *sources*, situées à des altitudes diverses (1415^{m}, 1390^{m}) en contre-bas, dans le talus aval ; la réunion des eaux provenant de ces sources forme le torrent qui s'est lui-même creusé en aval une « vallée épigénique » profondément encaissée dans les moraines anciennes du stade glaciaire précédent.]

2° A une époque plus récente encore ont eu lieu des *éboulements* importants, notamment dans les escarpements de gauche du Massif du Rochail, et les blocs provenant de ces éboulements sont venus renforcer et masquer en partie la digue naturelle, d'origine morainique, dont il a été question plus haut, et dont il est souvent malaisé de les distinguer ; on remarque en effet, à la surface aval de cette digue et jusque sur son côté droit, des blocs de Syénite, d'Aplite et de Granite pyriteux à décomposition ferrugineuse caractéristique dont il est facile de reconnaître l'origine dans les affleurements de la paroi mise à nu par l'éboulement au Nord-Ouest du lac. En même temps, un éboulement venant du versant droit (Est) de la vallée *remblayait l'émissaire du lac* situé du côté droit.

Les raisons qui nous conduisent à admettre l'existence d'un *seuil rocheux* surélevé sous le revêtement morainique de la digue aval du lac Lauvitel sont notamment :

1° La généralité, aujourd'hui reconnue par la plupart des géologues et des géographes, de l'action érosive exercée par les glaciers (creusement glaciaire), notamment dans les cirques qu'ils ont occupé, ainsi qu'aux points de confluence de branches glaciaires, immédiatement en amont des seuils de roches dures, et où ils ont en beaucoup de points creusé et modelé des dépressions ou cuvettes sans écoulement très caractéristiques (Wannen) et fréquemment occupées par des lacs, dans les régions que la décrue glaciaire a mises à nu.

2° L'analogie frappante que présente le bassin du Lauvitel avec le lac de la Muzelle situé dans la vallée voisine dans une situation et des conditions absolument comparables, et qui présente une cuvette d'origine certainement glaciaire, limitée en aval par un seuil rocheux et continu (de schistes liasiques), nettement observable (et non recouvert d'éboulis), que l'émissaire a dû entamer à l'une de ses extrémités pour permettre au trop-plein du lac de gagner la portion aval de la vallée.

3° La pente aval excessive et anormale du talus morainique qui sert de barrage au lac Lauvitel, alors que d'habitude la pente du rempart morainique est relativement plus douce vers l'aval. Cette disposition donne en effet l'impression d'un *seuil rocheux* recouvert par une moraine laissée sur la crête ou le rebord de ce seuil par un stationnement du glacier; ce barrage rocheux aurait été ensuite enseveli sous les dépôts glaciaires éboulés, mais il existerait sous le talus morainique dont il constituerait en quelque sorte l'ossature et le support.

En résumé, l'examen géologique du Vallon de Lauvitel permet de distinguer *deux stades* de stationnements glaciaires nettement antérieurs à l'état actuel de nos Glaciers : le stade de la Danchère et le stade du Lac Lauvitel.

Ces deux « stades » sont eux-mêmes postérieurs à l'occupation par les glaciers de la plaine du Bourg d'Oisans, au *stade de Vizille* (P. Lory) plus récent lui-même que le Néowürmien (stade d'Eybens, P. Lory) et sont à paralléliser avec ceux qu'ont récemment distingués M. Ch. Jacob dans les Grandes Rousses, M. Ch. Pussenot, M. Révil et nous-même en Maurienne et Tarentaise; enfin MM. P. Lory (¹) et M. Gignoux sur le versant de la Chaîne de Belledonne. Ils appartiennent à la phase dite *post-glaciaire* de M. Penck dont ils représentent sans doute les stades de « Gschnitz » et de « Daun » et peuvent être rapprochés des stades IV et V reconnus à Bédinat par M. P. Lory (*loc. cit.*).

(¹) Voir notamment P. Lory, *Sur les stades glaciaires et sur un vallon enregistreur des stades* (*Bédinat, Chaîne de Belledonne*) (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1476).

M. Émile Borel s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de faire hommage à l'Académie d'un Ouvrage que je viens de publier sous le titre : *Méthodes et problèmes de Théorie des fonctions*. Cet ouvrage est le vingt-cinquième de la *Collection de monographies sur la théorie des fonctions*, dont la maison Gauthier-Villars m'a confié la direction; je tiens tout d'abord, à cette occasion, à remercier les collaborateurs de cette Collection parmi lesquels je dois citer ici nos confrères MM. Vito Volterra, Paul Painlevé et Henri Lebesgue, et nos Correspondants, MM. C. de la Vallée Poussin et René Baire. C'est grâce à de tels collaborateurs que la Collection a pu exercer l'influence qu'on veut bien lui reconnaître sur le développement de la théorie des fonctions depuis le début de ce siècle.

La plus grande partie de ce nouveau livre est la reproduction de Notes et Mémoires consacrés à des questions qui n'avaient pas trouvé place dans les volumes précédents. L'idée générale qui les relie est la distinction, sur laquelle j'ai souvent insisté, entre les fonctions qui se présentent naturellement, celles que l'on peut construire artificiellement et celles que l'on peut seulement concevoir comme possibles, sans en pouvoir nommer une déterminée. Cette distinction est analogue à celle que l'on peut établir entre les êtres vivants normaux, les êtres monstrueux et les êtres possibles.

Les analogies de la Théorie des fonctions avec la Biologie sont d'ailleurs plus étroites qu'on ne le croit généralement; j'ai consacré quelques pages à en signaler quelques-unes; il me paraît y avoir grand avantage, pour les mathématiciens, à réfléchir aux rapports entre leur science et les sciences de la nature.

NOMINATIONS.

M. H. Le Chatelier est désigné pour représenter l'Académie à l'inauguration du médaillon de Sir *William Ramsay*, le 3 novembre, à l'abbaye de Westminster, à Londres.

MM. G. Lemoine et G. Kœnigs sont désignés pour représenter l'Académie à l'inauguration du monument de *Henry Bazin*, le 12 novembre, à Dijon.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Géographie de Madagascar*, par A. Dandouau. Préface de M. Fontoynont.

2° *Les Mammifères de l'Éocène inférieur français et leurs gisements*, par Pierre Teilhard de Chardin.

3° W. Margoulis. *Les Hélicoptères. Recherches expérimentales sur le fonctionnement le plus général des hélices. Études sur la mécanique de l'hélicoptère.* (Présenté par M. Maurice d'Ocagne.)

4° *L'année psychologique*, publiée par Henri Piéron. Vingt-deuxième année (1920-1921). (Présenté par M. Henneguy.)

5° *Diagnostic chirurgical*, septième édition, par E. Rochard et W.-M. Stern. (Présenté par M. Bazy.)

6° *Décomposition de* $a^n \pm b^n$ *en facteurs dans le cas où nab est un carré parfait, avec une table de décompositions numériques pour toutes les valeurs de a et b inférieures à* 100, par M. Kraitchik. (Présenté par M. Maurice d'Ocagne.)

MM. **Ch. Doyère**, **E. Fichot**, **G. Perrier** prient l'Académie de vouloir bien les compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Géographie et Navigation, par le décès de M. *L. Favé.*

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. — *Sur une propriété fonctionnelle des coniques.* Note de M. **A. Angelesco**, présentée par M. Appell.

Proposons-nous de déterminer une courbe plane C représentée paramétriquement dans le plan des coordonnées xOy, par les équations

$$x = f(u),$$
$$y = \varphi(u),$$

et jouissant de la propriété suivante :

$A_0, A_1, \ldots, A_n, \ldots$ étant les points de la courbe C correspondant aux valeurs u, $u+h$, $u+nh$, ... du paramètre u, les triangles rectilignes $A_0A_1A_2$, $A_1A_2A_3$, ... sont tous de même aire et de même orientation, et cela quels que soient u et h.

Nous supposerons que les fonctions f et φ admettent des dérivées de tout ordre.

On voit immédiatement que la condition nécessaire et suffisante à laquelle doivent satisfaire les fonctions f et φ est

$$(1)\qquad \begin{aligned}&[f(u+2h)-f(u+h)][\varphi(u+3h)-\varphi(u)]\\ &=[f(u+3h)-f(u)][\varphi(u+2h)-\varphi(u+h)].\end{aligned}$$

En prenant la dérivée du quatrième ordre par rapport à h des deux membres, on obtient, après avoir fait $h=0$,

$$(2)\qquad f'(u)\varphi'''(u)-\varphi'(u)f'''(u)=0.$$

De même, en prenant la dérivée du sixième ordre, par rapport à h, des deux membres de (1), on trouve la condition

$$5f'(u)\varphi^{(5)}(u)-5\varphi'(u)f^{(5)}(u)+9f''(u)\varphi^{(4)}(u)-9\varphi''(u)f^{(4)}(u)=0.$$

Cette dernière relation, comparée à la relation (2) dérivée deux fois par rapport à u, nous montre que l'on doit avoir

$$(3)\qquad f'(u)\varphi^{(5)}(u)-\varphi'(u)f^{(5)}(u)=0.$$

Nous allons déterminer les fonctions f et φ satisfaisant aux conditions (2) et (3). Posons, pour cela,

$$(4)\qquad F(u)=f'(u) \quad \text{et} \quad \Phi(u)=\varphi'(u).$$

De la relation (2) il résulte

$$\Phi(u)F'(u)-F(u)\Phi'(u)=A,$$

A étant une constante. Par suite,

$$(5)\qquad F(u)=\Phi(u)\left[A\int\frac{du}{\Phi^2(u)}+B\right],$$

B étant une autre constante.

Des relations (2), (4) et (5) on déduit

$$F^{(4)}(u)=\Phi^{(4)}(u)\left[A\int\frac{du}{\Phi^2}+B\right]+2A\frac{\Phi'''}{\Phi^2}-2A\frac{\Phi'\Phi''}{\Phi^3},$$

relation qui devient, en multipliant ses deux membres par $\Phi(u)$ et en tenant

compte de (3), (4) et (5),

$$A(\Phi'''\Phi - \Phi'\Phi'') = 0.$$

Si $A = 0$, les relations (4) et (5) nous montrent que

$$f(u) = B\varphi(u) + C,$$

et dans ce cas les fonctions f et φ satisfont à l'équation fonctionnelle (1), les courbes C étant les droites du plan xOy.

Pour A différent de zéro, on voit que Φ doit être une intégrale de l'équation différentielle

$$yy''' - y'y'' = 0,$$

ou bien de l'équation différentielle

$$y'' + Cy = 0,$$

où C est une constante.

Les relations (2) et (4) nous montrent alors que les fonctions f et φ doivent être des solutions de la même équation différentielle

$$y''' + Cy' = 0.$$

Les fonctions f et φ sont donc de la forme

(I) $\quad f = au^2 + bu + c \quad$ et $\quad \varphi = \alpha u^2 + \beta u + \gamma,$

(II) $\quad f = ae^{ku} + be^{-ku} + c \quad$ et $\quad \varphi = \alpha e^{ku} + \beta e^{-ku} + \gamma,$

(III) $\quad f = a\cos ku + b\sin ku + c \quad$ et $\quad \varphi = \alpha\cos ku + \beta\sin ku + \gamma,$

suivant que C est nul, négatif ou positif.

On vérifie sans difficulté que les fonctions f et φ de la forme (I), (II) ou (III) satisfont à l'équation fonctionnelle (1).

Les courbes C correspondantes sont les paraboles, les hyperboles et les ellipses du plan xOy.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Quelques propriétés des réseaux.* Note de M. E. **Merlin**, présentée par M. G. Kœnigs.

Considérons le réseau (M), lieu du point M dont les coordonnées

$$x(u, v), \quad y(u, v), \quad z(u, v),$$

rapportées à un système d'axes $Oxyz$, soient telles que le déterminant

$$\left| \frac{\partial x}{\partial u}, \quad \frac{\partial x}{\partial v}, \quad x \right|$$

diffère de zéro,

Attachons-lui l'espace mobile $\mathcal{E}(u, v)$ défini dans notre Communication précédente ([1]). Au point P, de coordonnées X, Y, Z de l'espace fixe E, correspondra dans $\mathcal{E}(u, v)$, un point P′ de coordonnées ξ, η, ζ.

Par tout point M de (M), passent deux lignes du réseau, l'une le long de laquelle u varie seul, l'autre le long de laquelle v varie seul. Désignons par MT_1 la tangente à la première et par MT_2 la tangente à la seconde. A tout point de MT_1 correspondra dans $\mathcal{E}(u, v)$, un point de l'axe Ox; à tout point de MT_2, un point de l'axe Oy; à tout point de OM, un point de Oz. En particulier, à M correspond le point O et, à O, le point A de coordonnées 0, 0, —1.

Soient M_1 le point de MT_1 dont le lieu $(M_1)_v$ reste tangent au plan OMT_1, quand v varie seul, et M_2 le point de MT_2 dont le lieu $(M_2)_u$ reste tangent à OMT_2, quand u varie seul. A M_1 correspondra M'_1, de coordonnées $-\frac{1}{b'}$, 0, 0, et à M_2, le point M'_2, de coordonnées 0, $-\frac{1}{a'}$, 0. Si N_1 et N_2 sont, respectivement, les points où les tangentes à $(M_1)_v$ et $(M_2)_u$ coupent la droite OM, les points correspondants N'_1 et N'_2 auront pour coordonnées 0, 0, $\frac{c'}{k-c'}$ et 0, 0, $\frac{c'}{h-c'}$, h et k désignant, selon l'usage, les invariants de l'équation de Laplace vérifiée par les fonctions x, y, z de u et de v. De là, si c' diffère de zéro, une interprétation géométrique du rapport $\frac{h}{k}$, laquelle s'énonce comme suit :

Le rapport des invariants h et k de l'équation de Laplace définie par un réseau non conjugué (M), *rapporté à des axes d'origine* O, *est égal au rapport anharmonique des points* M, O, N_1 *et* N_2.

On en déduit : 1° que la condition nécessaire et suffisante pour que (M) soit à invariants égaux est que N_1 et N_2 coïncident; 2° que la condition nécessaire et suffisante pour que (M) ait ses invariants égaux et de signes contraires est que N_1 et N_2 soient conjugués harmoniques par rapport à O et M.

Supposons encore $c' \pm 0$, l'équation $k = 0$ exprimera la condition nécessaire et suffisante pour que la série réglée engendrée par MT_1, quand v varie seul, admette une directrice rectiligne passant par l'origine. Une propriété semblable correspondra au cas où l'autre invariant serait nul.

Considérons, à présent, les cônes C de sommet O, tangents à OMT_1, le

---

([1]) Voir dans les *Comptes rendus*, t. 175, 1922, p. 437, une Note dont nous conservons ici les notations.

long de OM_1 et à OMT'_2, le long de OM_2. La transformation (T), attachée au point M, leur fera correspondre, dans $\mathcal{C}(u, v)$, des cônes Γ, ayant pour équation générale

$$(b'\xi + a'\eta + \zeta + 1)^2 - 2\lambda\xi\eta = 0, \tag{1}$$

où λ désigne un paramètre arbitraire. Parmi les cônes C, il en est un, C_1, qui a un contact du second ordre avec $(M_1)_v$, en M_1. Le transformé Γ_1, dans $\mathcal{C}(u, v)$, s'obtiendra en faisant, dans l'équation (1), $\lambda = k$. De même, au cône C_2 ayant avec $(M_2)_u$ un contact du second ordre en M_2, correspond un cône Γ_2, dont l'équation se déduit de (1), en posant $\lambda = h$. Si k ou h sont nuls, Γ_1 ou Γ_2 ne sont plus définis; nous prendrons alors pour cônes Γ_1 ou Γ_2, le plan $AM'_1 M'_2$ compté deux fois.

Si $h = k$, Γ_1 et Γ_2 coïncident. Nous énoncerons, par suite, la proposition suivante, généralisation de celle que l'on doit à M. Kœnigs pour les réseaux plans [1] et que M. Darboux a étendue aux réseaux conjugués tracés sur une surface [2].

Le long de deux lignes d'un réseau quelconque, qui se croisent en un point M, *on considère les deux séries réglées formées par les tangentes aux lignes de l'autre famille. En les projetant d'un point fixe* O, *on obtient deux familles de plans et, par suite, deux cônes enveloppes. Sur chacun d'eux, on prend les génératrices de contact de trois plans consécutifs avec le cône, en partant des deux plans qui se coupent suivant* OM. *Cela étant, la condition nécessaire et suffisante pour que l'équation ponctuelle relative au réseau considéré, rapporté à un système d'axes d'origine* O, *ait ses invariants égaux est que les six génératrices obtenues comme il vient d'être dit appartiennent à un même cône du second degré.*

De ce qui précède découle encore une interprétation géométrique du rapport des invariants de l'équation de Laplace relative au réseau (M). Les deux cônes Γ_1 et Γ_2 sont, en effet, homologiques, le centre d'homologie étant M'_1 ou M'_2, le plan d'homologie, respectivement, zOy ou zOx et le coefficient d'homologie étant égal au rapport des invariants k et h. L'homologie est d'ailleurs conservée dans la transformation (T). On a donc le théorème suivant :

Les cônes C_1 *et* C_2 *sont homologiques, le centre d'homologie étant* M_1 *ou* M_2,

---

(1) G. Kœnigs, *Sur les réseaux plans à invariants égaux et les lignes asymptotiques* (*Comptes rendus*, t. 114, 1892, p. 55).

(2) G. Darboux, *Leçons sur la théorie générale des surfaces*, t. 4, p. 38.

le plan d'homologie étant respectivement OMT_2 *ou* OMT_1, *le coefficient d'homologie qui permet de passer de* C_1 *à* C_2, *étant* $\frac{k}{h}$.

En particulier, si les invariants sont égaux et de signes contraires, l'homologie est harmonique et réciproquement.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les représentations générales des fonctions analytiques*. Note de M. **Desaint**, présentée par M. Hadamard.

Je ferai ici une addition à une Note antérieure sur le même sujet.

Soit à développer une fonction

$$F(x)$$

holomorphe dans une aire convexe C, suivant une somme de fonctions de forme donnée à l'avance :

$$V(x).$$

Nous y répondrons de la manière suivante :

Ce développement est toujours possible par calculs explicites, simples, $V(x)$ pouvant avoir, à distance finie, des singularités quelconques.

A l'infini, elle est supposée, dans le cas d'une singularité essentielle, y admettre un secteur de finitude d'ouverture au moins égale à 180°. De plus, dans tous les cas, elle sera soumise à l'infini à la condition de s'annuler au moins aussi vite que

$$\frac{1}{x^2}$$

partout (si elle y est régulière), ou dans son secteur de finitude (si elle y admet une singularité essentielle).

Nous donnerons, après ces explications, le théorème suivant :

A condition, si $V(x)$ *a un pôle à l'infini d'ordre p, d'envisager*

$$V_1(x) = \frac{V(x)}{x^{p+2}}$$

ou, si $V(x)$ *est régulière, on admet une singularité essentielle, en envisageant*

$$V_1(x) = \frac{V(x)}{x^{\alpha}},$$

α *étant tel que (tout au moins dans le secteur de finitude)* $V_1(x)$ *s'annule au*

moins aussi vite que

$$\frac{1}{x^2},$$

toute fonction $F(x)$, *holomorphe dans une aire* C *convexe, est représentable dans cette aire par une somme (intégrale) de fonctions de la forme*

$$V(\alpha' x + \beta')$$

ou, au besoin comme il a été dit,

$$V_1(\alpha' x + \beta'),$$

α', β' *étant des constantes en* x.

Les importants corollaires suivants s'ensuivent :

Toute fonction holomorphe, dans une aire convexe, y est représentable par une somme d'exponentielles.

La représentation trigonométrique y est incluse.

Toute fonction holomorphe, dans une aire convexe, y est représentable par une somme de fractions rationnelles

$$V(\alpha x + \beta),$$

α, β *étant des constantes en* x, *la différence des degrés du dénominateur et du numérateur de ces fractions étant au moins égale à deux en faveur du dénominateur.*

Je donnerai rapidement la démonstration de ces propositions en partant de l'intégrale de Cauchy

$$F(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{F(z)\,dz}{z-x},$$

valable pour $F(x)$, holomorphe dans l'aire convexe C.

En désignant par φ l'angle de la tangente en z au contour C avec l'axe (positif) des quantités imaginaires, la quantité

$$(z-x)\,e^{-i\varphi}$$

a sa partie réelle positive. Par une rotation de $(-\varphi)$ la tangente en z, devient parallèle à l'axe imaginaire, l'aire C apparaît à sa gauche, le vecteur $\overline{zx}$, dirigé de z vers un point intérieur à C, tombant à l'intérieur de C, aura sa partie réelle négative. D'où conclusion pour $(z-x)e^{-i\varphi}$.

Envisageons alors la fonction

$$V(z)$$

à singularité essentielle à l'infini, mais ayant, en ce point, un secteur de finitude de 180°, formé par un demi-plan limité par la droite D. Appelons (P) ce secteur.

Abaissons de O une perpendiculaire $O\Delta$ sur D; soit α son point de rencontre. Soient θ l'angle de $O\Delta$ avec l'axe réel positif et β la quantité imaginaire représentant le vecteur $\overline{O\alpha}$.

Considérons le contour formé par αD, prolongée indéfiniment dans (P), puis par une demi-droite $\overline{\alpha D_1}$, tracée dans P aussi, et par un arc de cercle γ de rayon très grand, de centre α. On a

$$0 = \int_{D_1\alpha} V(u)\,du + \int_{\gamma} V(u)\,du + \int_{\alpha D} V(u)\,du.$$

D'après notre hypothèse, $V(u)$ tend à l'infini vers zéro, aussi vite que

$$\frac{1}{u^2}.$$

Quand γ s'éloigne à l'infini,

$$\int_{\overline{\alpha D_1}} V(u)\,du = \int_{\alpha D} V(u)\,du = M.$$

Or, le point

$$u_1 = t(z-x)\,e^{-i\gamma+i\theta} + \beta$$

est un point du secteur (P) décrivant, quand t varie de 0 à $+\infty$, une droite αD_1 de ce secteur, car il résulte d'un point

$$u_0 = t(z-x)\,e^{-i\varphi}$$

(dans le demi-plan à droite de l'axe imaginaire), après sa rotation d'un angle θ, et sa translation égale à β.

Donc

$$\int_0^{+\infty} V[t(z-x)\,e^{-i\varphi+i\theta} + \beta]\,d[t(z-x)\,e^{-i(\varphi+\theta)} + \beta] = M.$$

D'où l'on tire

$$\int_0^{+\infty} V[t(z-x)\,e^{-i(\varphi-\theta)} + \beta]\,dt = \frac{M}{(z-x)\,e^{i(\theta-\varphi)}}.$$

Donc nous avons dans l'aire convexe

$$(1) \qquad F(x) = \frac{1}{2M\pi i}\int_C \int_0^{+\infty} F(z)\,V[t(z-x)\,e^{i(\theta-\varphi)} + \beta]\,dz\,dt.$$

J'ai pu en tirer antérieurement, dans un cas particulier, une méthode pour atteindre systématiquement les points singuliers de fonctions données par des séries de Taylor ou d'autres développements.

Je ferai remarquer, concernant ces représentations générales, qu'elles se rattachent à ces travaux de l'Analyse contemporaine dont l'origine se trouve dans les travaux de M. Picard sur les fonctions entières.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les singularités des fonctions automorphes.* Note de M. **P.-J. Myrberg**, présentée par M. Émile Borel.

1. Dans la théorie des fonctions automorphes d'une seule variable on a ce théorème :

A tout groupe proprement discontinu il correspond des fonctions automorphes, qui existent dans le domaine de discontinuité du groupe (ou dans une portion connexe de ce domaine) et dont les singularités essentielles, par suite, ne dépendent que du groupe donné.

Dans la théorie des fonctions automorphes de plusieurs variables, ce théorème n'est plus vrai. En effet l'exemple des fonctions abéliennes montre qu'ici la discontinuité propre du groupe ne suffit plus pour assurer l'existence de fonctions automorphes, et d'autre part on sait, d'après les recherches de MM. Picard et Giraud, que, pour certains groupes à plusieurs variables, les fonctions automorphes correspondantes présentent nécessairement des singularités essentielles dans des domaines où le groupe est proprement discontinu.

Cependant il est possible, dans des cas très généraux, de rétablir l'analogie entre les deux théories par une modification convenable de la notion de « discontinuité d'un groupe », notamment en y faisant intervenir les points d'accumulation, non pas d'une suite de points, mais d'une suite d'ensemble de points.

2. Dans cette Note nous nous bornerons aux groupes discontinus Γ composés de collinéations

$$\text{(1)} \qquad Y_i = \sum_{k=1}^{n+1} \alpha_{i,k}\, y_k \qquad (i = 1, 2, \ldots, n+1).$$

En considérant les quantités réelles ou complexes $y_1, y_2, \ldots, y_{n+1}$ comme les coordonnées homogènes d'un point dans un espace R_n, nous admettrons d'abord les deux hypothèses suivantes :

I. (σ) *étant une suite infinie de substitutions choisies arbitrairement parmi les substitutions* (1), *il existe toujours* $n+1$ *points qui ne sont pas situés dans un même hyperplan* $\Sigma a_k y_k = 0$, *et dont les transformés par les substitutions* (σ) *ont en commun au moins un point d'accumulation* P.

Soit (m) l'ensemble fermé composé des points d'accumulation communs P [auxquels on arrive en choisissant de différentes manières la suite (σ) et les $n+1$ points correspondants] et de leurs points-limite.

II. *Il y a dans* R_n *des hyperplans qui ont une distance minima non nulle de l'ensemble* (m).

Si les hypothèses I et II sont vérifiées, on a ce théorème :

Q *étant un ensemble fermé de points de* R_n *qui ne renferme aucun point de* (m), *on peut affirmer que les transformés de* Q *par le groupe* Γ *admettent comme seuls points d'accumulation les points de certains hyperplans* (M), *lesquels dépendent, non pas du choix de l'ensemble* Q, *mais uniquement du groupe donné, et qui renferment les points de l'ensemble* (m).

Ajoutons maintenant cette troisième hypothèse relative au groupe Γ :

III. *Il y a des points de* R_n *qui n'appartiennent à aucun des hyperplans* (M).

En désignant par D l'ensemble de ces points on aura ce théorème :

Les transformés d'un point quelconque de D *par le groupe* Γ *admettent comme seuls points d'accumulation les points de l'ensemble* (m).

Le groupe Γ est donc proprement discontinu dans D, mais, en général, Γ jouit de cette propriété aussi dans des espaces situés en dehors de D.

3. Formons maintenant les séries de M. Picard

$$\theta = \sum \mathcal{H}(S)\left(\frac{\partial(S)}{\partial(x)}\right)^p, \tag{2}$$

en choisissant pour $\mathcal{H}$ une fonction rationnelle qui reste finie sur l'ensemble (m). Si l'on suppose cet ensemble situé à distance finie, ce qu'on peut toujours réaliser par une substitution linéaire, grâce à l'hypothèse II, et si l'on choisit $p \geqq 2$, la série (2) converge uniformément (et absolument) dans toute portion intérieure de D, à condition qu'on évalue les termes en nombre fini qui y présentent des singularités algébriques, et représente donc dans ce domaine une fonction monogène de caractère rationnel.

Les séries (2) et les fonctions automorphes formées à l'aide de ces séries présentent des singularités essentielles en tout point appartenant à l'un des hyperplans (M), et leur domaine d'existence coïncide donc avec le domaine D (ou avec une portion connexe de ce domaine, s'il se compose de portions distinctes).

Et l'on peut même démontrer, pour les groupes vérifiant les trois conditions précédentes, qu'en général aucune fonction automorphe, de quelque manière qu'elle eût été formée, ne saurait être prolongée analytiquement en dehors du domaine D. Donc le domaine D joue dans la théorie des fonctions automorphes de plusieurs variables le même rôle que joue, dans le cas d'une seule variable, le domaine où le groupe est « proprement discontinu ».

4. Entre les points (m) et les hyperplans (M) il existe une correspondance corrélative. S'il y a, en particulier, une forme d'Hermite ou une forme quadratique qui reste invariable pour le groupe donné, la correspondance en question se réduit à une polarité.

Considérons comme exemple un groupe qui admet pour invariant la forme d'Hermite

$$\psi = \sum_{k=1}^{n} y_k \bar{y}_k - y_{n+1} \bar{y}_{n+1}.$$

Les hypothèses I, II, III sont vérifiées dès que le groupe ne renferme pas de substitution infinitésimale. Ici les points (m) sont tous situés sur l'hypersphère $\psi = 0$ et l'ensemble (M) se compose des hyperplans tangents à cette sphère aux points (m).

Pour certains de ces groupes l'ensemble (m) comprend tous les points de l'hypersphère $\psi = 0$, de sorte que le domaine D se confond avec l'intérieur de cette hypersphère. Mais il y a d'autres groupes de la classe considérée pour lesquels (m) est un ensemble discret, et pour ces groupes le domaine D comprend tout l'hyperespace $\mathfrak{R}_n$, sauf les points faisant partie des plans tangents (M) à l'hypersphère $\psi = 0$ aux points (m).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les relations qui existent entre la distribution des zéros et des pôles d'une fonction monogène et la croissance de son module.* Note de M. **Frithiof Nevanlinna**, présentée par M. Émile Borel.

Soit une fonction monogène $f(x)$ de la variable complexe

$$x = \xi + i\eta = r e^{i\varphi}$$

qui est uniforme et méromorphe dans un domaine connexe G et sur son contour Γ. Nous désignerons par $a_1, a_2, \ldots, a_m$ les zéros, par $b_1, b_2, \ldots, b_n$ les pôles de cette fonction situés dans G, chaque zéro et pôle étant compté

autant de fois qu'indique son ordre. Quant au contour Γ, nous admettrons que $f(x)$ n'y présente ni pôles ni zéros.

Soit, d'autre part, une fonction quelconque $\lambda = \lambda(\xi, \eta)$ continue ainsi que ses dérivées partielles des deux premiers ordres dans le domaine G, contour compris.

Cela posé, si l'on applique la formule connue de Green aux fonctions $u = \log|f(x)|$, $v = \lambda(\xi, \eta)$ et au domaine G, en excluant d'abord les zéros et les pôles par de petits cercles dont on fait ensuite tendre les rayons vers zéro, on trouve cette formule générale

$$(1) \quad \Sigma\lambda(a_\mu) - \Sigma\lambda(b_\nu) = -\frac{1}{2\pi}\int_G \log|f|\,\Delta\lambda\,d\sigma + \frac{1}{2\pi}\int_\Gamma\left(\log|f|\frac{\partial\lambda}{\partial n} - \lambda\frac{\partial}{\partial n}\log|f|\right)ds.$$

Dans un travail que nous publierons prochainement en commun avec M. Rolf Nevanlinna, nous donnerons différentes applications de la formule (1). Ici nous nous bornerons à montrer, sur un exemple particulier, comment elle s'applique aux questions indiquées dans le titre de cette Note.

Supposons la fonction $f(x)$ méromorphe dans le domaine

$$(2) \qquad r \geqq \rho_0, \qquad |\varphi| \leqq \frac{\pi}{2}$$

et continue sur son contour (excepté peut-être à l'infini). Soient $a_\mu = |a_\mu|e^{i\alpha_\mu}$ les zéros, $b_\nu = |b_\nu|e^{i\beta_\nu}$ les pôles de $f(x)$ dans ce domaine, rangés par ordre de modules croissants. En faisant dans la formule (1)

$$\lambda = \cos\varphi\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho}\right)$$

et en choisissant pour G le domaine défini par les inégalités $\rho_0 \leqq r \leqq \rho$, $|\varphi| \leqq \frac{\pi}{2}$, on arrive à la formule suivante, valable pour toute valeur $\rho > \rho_0$:

$$(3) \qquad \int_{\rho_0}^{\rho}\frac{\alpha(r)}{r^2}dr + \frac{1}{\rho}\left\{\mu(\rho) + \int_{\rho_0}^{\rho}\frac{\mu(r)}{r}dr\right\} - \pi\int_{\rho_0}^{\rho}\frac{a(r) - b(r)}{r^2}dr = \mathrm{P}.$$

Ici $\alpha(r)$, $\mu(r)$, $a(r)$ et $b(r)$ désignent les expressions suivantes :

$$(4) \quad \alpha(r) = \frac{1}{2}\int_{\rho_0}^{r}\log|f(it)||f(-it)|\frac{dt}{t}, \qquad \mu(r) = \frac{1}{2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}\log|f(re^{i\varphi})|\cos\varphi\,d\varphi,$$

$$a(r) = \Sigma\cos\alpha_\mu, \qquad b(r) = \Sigma\cos\beta_\nu,$$

où la sommation s'étend aux valeurs μ et ν pour lesquelles les modules $|a_\mu|$

et $|b_\nu|$ sont compris entre ρ_0 et r. De plus $\lim_{\rho\to\infty} P = P_0$, où P_0 est une quantité finie qui ne dépend que de ρ_0.

Le premier membre de la formule (3) se compose de trois termes de nature essentiellement différente. En effet, le premier de ces termes dépend uniquement des valeurs du module $|f(x)|$ sur le contour du domaine (2), le second, de ses valeurs à l'intérieur du domaine, enfin, le troisième, de la distribution des zéros et des pôles de $f(x)$ dans ce même domaine.

Parmi les multiples conséquences qu'on peut tirer de la formule (3) on aura, en particulier, ce théorème :

Soit $A(t)$ *une fonction réelle et positive quelconque telle que l'intégrale*

$$\int^{\rho} \frac{A(r)}{r^2}\, dr$$

diverge pour $\rho \to \infty$, *et admettons que la fonction monogène* $f(x)$ *vérifie les conditions générales sous lesquelles a été démontrée la formule* (3) *et qu'elle jouit, en outre, des propriétés suivantes :*

1° *Sur l'axe imaginaire on a, pour les valeurs suffisamment grandes de* $|t|$,

$$\log|f(\pm it)| \leqq A(t).$$

2° *On a, pour* $|\varphi| \leqq \frac{\pi}{2}$ *et pour une suite de valeurs indéfiniment croissantes de* r,

$$\log|f(re^{i\varphi})| \leqq \varepsilon(r)\, r \int^{r} \frac{A(t)}{t^2}\, dt,$$

ou $\varepsilon(r) \to 0$ *pour* $r \to \infty$.

3° *Les expressions* $a(r)$ *et* $b(r)$ *définies par les dernières égalités* (4) *vérifient, à partir d'une certaine valeur* r, *la condition*

$$a(r) - b(r) \geqq k A(r),$$

où k *désigne une constante positive.*

Dans ces conditions, on peut affirmer que $k \leqq \frac{1}{\pi}$, *à moins que la fonction* $f(x)$ *ne s'évanouisse identiquement.*

C'est là peut-être la forme la plus générale que l'on puisse donner au théorème connu de M. Fritz Carlson, dont M. Rolf Nevanlinna avait déjà indiqué des généralisations importantes (¹). Il faut surtout remarquer que

(¹) *Sur les relations qui existent entre l'ordre de croissance d'une fonction monogène et la densité de ses zéros* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1325).

la condition 3° du théorème ci-dessus n'exclut pas la possibilité que les arguments des zéros a_μ ou des pôles b_ν de $f(k)$ s'approchent indéfiniment de $\pm\frac{\pi}{2}$ pour des indices indéfiniment croissants.

En terminant, nous devons remarquer qu'une méthode analogue à celle qui nous a conduit aux résultats indiqués dans cette Note avait déjà été employée dans d'autres recherches par M. Forsten Carleman [1].

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur un théorème de M. Markoff.* Note de M. **Alf. Guldberg.**

Dans son *Calcul des probabilités* M. Markoff a établi un théorème fondamental sur les valeurs moyennes. M. Markoff a particulièrement utilisé son théorème dans sa démonstration du célèbre théorème de Tchebycheff sur l'espérance mathématique et les valeurs moyennes.

Je me permets, dans les lignes qui suivent, de faire une remarque sur le théorème de M. Markoff.

Soit x une quantité pouvant prendre les valeurs distinctes positives x_1 avec la probabilité p_1, x_2 avec la probabilité p_2, ..., x_k avec la probabilité p_k, en sorte que $p_1+p_2+\ldots+p_k=1$.

La valeur moyenne de la $n^{\text{ième}}$ puissance de la quantité x est définie par l'expression

$$m(x^n)=x_1^n p_1+x_2^n p_2+\ldots+x_k^n p_k.$$

Soit $a^n>m(x^n)$. En divisant $m(x^n)$ par a^n, on aura

$$\left[\frac{\sqrt[n]{m(x^n)}}{a}\right]^n=\left(\frac{x_1}{a}\right)^n p_1+\left(\frac{x_2}{a}\right)^n p_2+\ldots+\left(\frac{x_k}{a}\right)^n p_k.$$

Désignons par x', x'', ... les valeurs de x supérieures à a et négligeons les autres; soient p', p'', ... les valeurs des probabilités correspondant aux x', x'', ... On aura

$$\left[\frac{\sqrt[n]{m(x^n)}}{a}\right]^n>p'\left(\frac{x'}{a}\right)^n+p''\left(\frac{x''}{a}\right)^n+\ldots$$

---

(1) *Sur un théorème de M. Denjoy* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 373). — *Sur les fonctions inverses des fonctions entières d'ordre fini* (*Arkiv för matematik, astronomi o. fysik*, Bd 15, 1920).

et, *a fortiori*, puisque $\frac{x'}{a}, \frac{x''}{a}, \ldots$ sont > 1,

$$(1) \qquad \left[\frac{\sqrt[n]{m(x^n)}}{a}\right]^n > p' + p'' + \ldots.$$

Si P désigne la probabilité pour que la valeur x d'une observation soit inférieure ou égale à a, le second membre de (1) est évidemment égal à $1 - P$. On a, par suite,

$$\left[\frac{\sqrt[n]{m(x^n)}}{a}\right]^n > 1 - P, \qquad P > 1 - \left[\frac{\sqrt[n]{m(x^n)}}{a}\right]^n,$$

ou encore

$$P > 1 - \frac{1}{t^n},$$

si l'on pose

$$a = t\sqrt[n]{m(x^n)} \qquad (t > 1).$$

La probabilité P *pour que la quantité* x *ne surpasse pas le multiple* $t\sqrt[n]{m(x^n)}\,(t > 1)$ *est supérieure à* $1 - \frac{1}{t^n}$.

Pour $n = 1$ on a le théorème de M. Markoff.

La valeur $m(x^n)$ étant $\geqq [m(x)]^n$ (¹), la probabilité $1 - \frac{1}{t^n}$ augmente pourtant très souvent encore plus vite.

Appliquons le théorème au cas d'une série d'épreuves de deux événements contraires. La probabilité du premier événement soit p, et celle du second $q = 1 - p$. Nous faisons s épreuves. Le nombre d'arrivées du premier événement soit x. La valeur moyenne de x, $m(x)$, est sp, la valeur moyenne de x^2, $m(x^2)$, est $s^2p^2 + spq$.

Le théorème de M. Markoff donne la probabilité

$$P > 1 - \frac{1}{t}$$

pour

$$x \leqq tsp.$$

Notre théorème donne la probabilité, pour $n = 2$,

$$P > 1 - \frac{1}{t^2}$$

pour

$$x \leqq sp\sqrt{1 + \frac{q}{sp}}.$$

(¹) J.-W. Jensen, *Acta mathematica*, t. 30, p. 180.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur le critérium de Tchebycheff.* Note de M. **Constant Lurquin**, présentée par M. Émile Borel.

1. M. Alf. Guldberg [1] a indiqué une généralisation du théorème de Tchebycheff, trop peu connu et qui cependant joue un rôle fondamental dans l'étude des résultats asymptotiques du calcul des probabilités. Tchebycheff s'est limité au cas des écarts moyens quadratiques [2]. M. Guldberg fait l'extension au cas des écarts moyens de degré supérieur au moyen du raisonnement de Pizetti [3] qui, vingt-cinq ans après Tchebycheff, avait trouvé les résultats de ce dernier.

La généralisation de la proposition qui nous occupe peut se faire directement. Voici la démonstration brièvement indiquée.

Soient $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\mu$ les valeurs possibles de la quantité variable α avec les probabilités respectives $p_1, p_2, \ldots, p_\mu$.

On a la condition

$$\sum_{1}^{\mu} {}_i\, p_i = 1.$$

Les valeurs moyennes des différentes puissances de α sont

$$a_1 = \sum_{1}^{\mu} {}_i\, p_i \alpha_i, \qquad a_2 = \sum_{1}^{\mu} {}_i\, p_i \alpha_i^2, \qquad \ldots, \qquad a_n = \sum_{1}^{\mu} {}_i\, p_i \alpha_i^n.$$

L'écart moyen absolu $\underset{(n)}{\mathrm{E}}(\alpha)$ de puissance $n^{\text{ième}}$ de α, c'est-à-dire la valeur moyenne de la puissance $n^{\text{ième}}$ de l'écart absolu $(\alpha - a_1)$, est défini par l'égalité

$$\underset{(n)}{\mathrm{E}^n}(\alpha) = \sum_{1}^{\mu} {}_i\, (\alpha_i - a_1)^n p_i = \mathrm{M}(x^n) \tag{1}$$

avec

$$x = \sum_{1}^{\mu} {}_i\, x_i \qquad \text{et} \qquad x_i = (\alpha_i - a_1).$$

---

[1] *Comptes rendus*, t. 175, 1922, p. 418.

[2] *Des valeurs moyennes* (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 2e série, t. 12, 1867, p. 177).

[3] *I fondamenti matematici per la critica dei risultati sperimentali* (*Ann. della R. Univ. di Genova*, 1892, p. 184).

On a l'identité

$$(2)\qquad \frac{\sum_{i}^{\mu}(\alpha_i - a_1)^n p_i}{\lambda^n \underset{(n)}{\mathrm{E}^n}(\alpha)} = \frac{1}{\lambda^n}.$$

On prend $\lambda > 1$. En supprimant dans le premier membre de (2) les termes pour lesquels $\frac{(\alpha_i - a_1)^n}{\lambda^n \underset{(n)}{\mathrm{E}^n}(\alpha)}$ est < 1 et en écrivant 1 pour chacun des autres, on a

$$(3)\qquad \sum p_h = \mathrm{Q} < \frac{1}{\lambda^n}.$$

$\sum p_h$ se rapporte aux probabilités correspondantes aux valeurs conservées de α et par suite Q représente la probabilité que les valeurs de $\frac{(\alpha_i - a_1)^n}{\lambda^n \underset{(n)}{\mathrm{E}^n}(\alpha)}$ soient $\geqq 1$. D'où

$$\mathrm{P} = 1 - \mathrm{Q} > 1 - \frac{1}{\lambda^n} \qquad (\lambda > 1),$$

et P est la probabilité que la différence $(\alpha - a_1)$ reste comprise entre les limites données par les valeurs extrêmes de $\sqrt[n]{\lambda^n \underset{(n)}{\mathrm{E}^n}(\alpha)}$, c'est-à-dire que

$$1 - \frac{1}{\lambda^n}$$

est plus petit que la probabilité de l'existence de l'inégalité

$$|\alpha - a_1| < \lambda \underset{(n)}{\mathrm{E}}(\alpha).$$

C'est bien là l'extension de la proposition de Tchebycheff.

2. Si l'on prend $\lambda = 2$ et $n = 4$ et si l'on considère pour α seulement deux valeurs possibles de probabilités constantes p et q au cours de μ épreuves, on a l'exemple de M. Guldberg. Alors

$$p + q = 1; \qquad a_1 = \mu p; \qquad \underset{(2)}{\mathrm{E}^2}(\alpha) = \mu pq; \qquad \underset{(4)}{\mathrm{E}^4}(\alpha) = \mu pq + 3\mu(\mu - 2)p^2 q^2,$$

d'où

$$\lambda \underset{(4)}{\mathrm{E}}(\alpha) = +\lambda \sqrt[4]{3 + \frac{1}{\mu}\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} - 6\right)}\, \underset{(2)}{\mathrm{E}}(\alpha).$$

3. Il importe de remarquer que, pour être utile, la généralisation que nous envisageons doit se proposer d'élever la limite inférieure fournie

par le critérium. On dispose à cet effet de la quantité λ jusqu'à présent simplement assujettie à être > 1.

Soit une quantité θ définie par l'inégalité

$$\underset{(2)}{\mathrm{E}}(\alpha) < \theta < \mu, \qquad \text{d'où} \qquad \theta = \lambda \underset{(2)}{\mathrm{E}}(\alpha).$$

En supprimant dans (1) les x_i inférieurs à θ, on a

$$\underset{(n)}{\mathrm{E}^n}(\alpha) \geqq \sum_m^r {}_h\, p_h \theta^n$$

(les valeurs $h = m, \ldots, r$ correspondent aux $x_i \geqq \theta$).

Si l'on désigne par $\mathrm{P}_{\mathrm{T}}^{\lambda}$ la probabilité de Tchebycheff pour le multiple λ de l'écart moyen de puissance $n^{\text{ième}}$ de α, on aura le critérium sous la forme

$$\mathrm{P}_{\mathrm{T}}^{\lambda} > 1 - \frac{\underset{(n)}{\mathrm{E}^n}(\alpha)}{\lambda^n \underset{(2)}{\mathrm{E}^n}(\alpha)}.$$

Cette nouvelle limite inférieure de $\mathrm{P}_{\mathrm{T}}^{\lambda}$ sera plus resserrée que celle de Tchebycheff si la condition

$$\underset{(n)}{\mathrm{E}^n}(\alpha) < \lambda^{n-2} \underset{(2)}{\mathrm{E}^n}(\alpha)$$

est remplie. Pour $n = 4$, on doit avoir

$$1 + 3pq(\mu - 2) < \lambda^2 \mu pq.$$

Cette condition est satisfaisante.

Pour terminer, disons qu'il semble que des voies nouvelles d'extension s'ouvriront par la considération de plusieurs quantités variables avec examen rigoureux des conditions d'indépendance des valeurs possibles de ces quantités.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur un bateau qui remonte le vent en se servant du vent lui-même comme puissance motrice.* Note de MM. **Constantin**, **Joessel** et **Daloz**, présentée par M. J.-L. Breton.

Nous sommes arrivés, grâce au concours de la Direction des Recherches scientifiques et industrielles et des Inventions, à gréer un bateau de manière à lui permettre de naviguer dans toutes les directions par rapport au vent en se servant du vent lui-même comme puissance motrice. Ceci a été considéré longtemps par beaucoup de bons esprits comme un paradoxe.

Dans des expériences datant de 1910, M. Constantin a réussi à faire progresser, même vent debout, un petit chariot à roues.

Il est évident que pour utiliser le vent, même en marche debout, il ne pourrait être question d'employer des voiles ordinaires où la poussée est toujours normale à la voile, ce qui, même lorsque celle-ci est orientée au plus près, donne lieu, dans le cas du vent debout, à un effort dirigé à plus de 90° du vent et par conséquent incapable de faire progresser l'embarcation contre lui.

Nous nous sommes donc adressés à un moteur du type éolien pour capter l'énergie du vent. Dans ce moteur, nous avions à considérer d'une part la poussée exercée par le vent sur le système en mouvement, et que nous pourrons peut-être appeler la poussée sur la voile équivalente, et d'autre part l'énergie de rotation obtenue sur l'axe par le mouvement des pales.

Nous avons cherché à transmettre cette énergie de rotation à un propulseur convenable et nous avons choisi l'hélice comme le plus commode.

L'hélice marine, comme turbine aérienne, présente une poussée axiale fonction de l'énergie de rotation qu'elle reçoit. Il fallait donc nous placer dans des conditions telles que la poussée axiale ainsi réalisée fût supérieure à la composante suivant l'axe du navire de la poussée axiale liée au mouvement de turbine aérienne.

Si nous arrivons à une poussée axiale de l'hélice marine supérieure à la poussée axiale totale de la turbine aérienne, nous serons dans des conditions où le bateau pourra marcher vent debout.

Le calcul et des études systématiques faites sur de petits radeaux avec des ventilateurs comme source de vent ont montré que le problème était parfaitement soluble, pourvu que les hélices eussent des dimensions convenables et que la liaison entre les deux comportât une multiplication convenable.

Il fallait avant tout déterminer le nombre de pales de la turbine donnant le maximum de rendement. De nombreuses expériences nous ont permis de vérifier le fait bien connu des techniciens que le rendement était le meilleur avec deux pales seulement.

Nous avons alors interposé le changement de vitesse convenable et attaqué par un arbre de couche une hélice marine.

Actuellement, le gréement est monté sur le bateau de pêche le *Bois-Rosé* de six tonneaux environ. La turbine aérienne a 9^{m} de diamètre. Elle est en bois collé, ajouré et entoilé, ce qui permet de réaliser le poids minimum.

L'hélice marine est à quatre pales de $1^{m},05$ de diamètre en bronze.

L'hélice et la turbine sont munies de pales à inclinaisons variables, ce qui nous a permis de trouver le pas d'utilisation maxima.

Par raison d'économie, le *Bois-Rosé* n'a pas reçu de changement de vitesse, organe que nos projets comportaient et qui avait été réalisé dans des expériences préparatoires. Ceci donne à ce bateau une légère infériorité dans la marche vent arrière, mais la multiplication réalisée lui donne une excellente marche vent debout ou vent de côté. Ceci est suffisant pour juger des propriétés fondamentales du système.

L'orientation de la turbine aérienne qui doit pouvoir prendre toutes les directions par rapport à celle du navire, de manière à être toujours normale au vent, a été réalisée au moyen d'un engrenage à vis sans fin, que le pilote peut manœuvrer très aisément en même temps que sa barre. L'orientation de la turbine pourra être commandée par un dispositif automatique. Il y a à ce problème plusieurs solutions.

Le gréement du bateau a donné lieu à une grosse difficulté tenant à ce que le poids des superstructures était fort élevé et à ce que la réaction du vent sur la turbine, appliquée au sommet du pylône servant de mât, avait un couple considérable. Dans une solution véritablement industrielle, il faudra envisager un moyen de carguer les pales. Le bateau actuel, avec ses pales absolument correctes, donne la limite vers laquelle on doit tendre. Dans les études d'essai sur le bateau *La Dresinette*, un procédé a été essayé pour carguer les pales.

Actuellement nous avons résolu le problème en ajoutant au bateau une fausse quille de 50^{cm}, ce qui lui donne un tirant d'eau de $1^{m},80$ mais lui assure une stabilité parfaite.

Le bateau ainsi équipé s'est montré d'une souplesse admirable de manœuvre, un seul homme suffit à le conduire entre Sèvres et Saint-Cloud, au milieu de la navigation active du fleuve et malgré le courant de la Seine. Sa souplesse est exactement la même que celle d'un bateau à moteur thermique.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur le système spectral des rayons Röntgen.* Note [1] de MM. **L. de Broglie** et **A. Dauvillier**, présentée par M. E. Bouty.

Dans une série de Notes [2] présentées au cours de l'an dernier nous avons montré que l'interprétation théorique des résultats expérimentaux de

---

(1) Séance du 16 octobre 1922.

(2) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 915 et suiv. Voir aussi : A. Dauvillier, *Journal de Physique*, mai et juillet 1922.

l'un de nous, suivant les idées de Smekal et de Rubinovicz, permettait de

Doublets réguliers / Niveaux de départ	Doublets irréguliers / Quanta équatoriaux radiaux	» de latitude / » azimutaux	K 100 1	L_3 110 1	L_2 101 2	L_1 200 2	M_6 120 1	M_5 111 2	M_4 210 2	M_3 102 3	M_2 201 3	M_1 300 3	N_{10} 130 1	N_9 121 2	N_8 220 2	N_7 112 3	N_6 211 3	N_5 310 3	N_4 103 4	N_3 202 4	N_2 301 4	N_1 400 4	O_6 120 1	O_5 111 2	O_4 210 2	O_3 102 3	O_2 201 3	O_1 300 3	P_3 110 1	P_2 101 2	P_1 200 2	Q 100 1
L_3	110	1																														
L_2	101	2	α_2																													
L_1	200	2	α_1																													
M_6	120	1			η	ι																										
M_5	111	2	β'_1	β_4																												
M_4	210	2	β_1	β_3	$\underline{\beta_{11}}$																											
M_3	102	3		$\underline{\beta_9}$	β_1	α_2																										
M_2	201	3		$\underline{\beta_8}$	*	α_1																										
M_1	300	3			*	α_3																										
N_{10}	130	1			γ_5	β_6		*	*																							
N_9	121	2	*	γ_7			*			*	*	*																				
N_8	220	2	γ_1	γ_3			*			*	*	*																				
N_7	112	3			γ_1	β'_2		ε	γ																							
N_6	211	3			*	β_2		*	*																							
N_5	310	3		$\underline{\gamma_9}$	*	β'''_2		*	*																							
N_4	103	4			$\underline{\gamma_{10}}$	$\underline{\beta''_2}$				*	*	*																				
N_3	202	4			$\underline{\gamma_6}$	$\underline{\beta'_7}$				β	α_2	*																				
N_2	301	4								*	α_1	*																				
N_1	400	4								*	*	*																				
O_6	120	1			γ_{11}	β_7		*	*					r	*																	
O_5	111	2	*	γ_4 II			*			*	*	*	r			*	*	*														
O_4	210	2	*	γ_4 I			*			*	*	*	r			*	*	*														
O_3	102	3			γ_2	*		*	*					*	r				*	*	*	*										
O_2	201	3			*	β_5		*	δ					r	r				*	*	*	*										
O_1	300	3			*	*		*	*					*	*				*	*	*	*										
P_3	110	1			γ'_2	β'_5		*	*					*	*									*	*							
P_2	101	2	*	γ_8 II(?)			*			*	*	*	r			*	*	*					*			*	*	*				
P_1	200	2	*	γ_8 I			*			*	*	*	r			*	*	*					*			*	*	*				
Q	100	1																												*	*	Séries optiques

rendre compte de la presque totalité des lignes observées dans les séries L

des éléments. Les nouvelles données expérimentales [1] justifiant constamment les prévisions, nous pensons qu'il est aujourd'hui possible de présenter sur ces bases un système général des spectres Röntgen doué d'une symétrie non encore atteinte jusqu'ici.

Le Tableau ci-contre reproduit ce système. Il est basé sur le principe de l'alternance rigoureuse des doublets réguliers et irréguliers (Wentzel) et la structure triple des raies α_1 et β_2.

Suivant les idées de Smekal, nous attribuons à chaque électron intra-atomique trois degrés de liberté. Rapportons toute la structure interne de l'atome à un plan de référence que nous nommerons « plan de l'équateur ». La position d'un électron dans l'atome sera définie par sa distance au centre; le rayon vecteur, par l'azimut de sa projection sur le plan de l'équateur et par sa latitude. A chaque degré de liberté, correspond un nombre de quanta : quanta radiaux, quanta équatoriaux et quanta de latitude. Supposons, pour simplifier, la trajectoire de l'électron contenue dans un plan incliné sur l'équateur. Dans le plan de sa trajectoire, la position du mobile est fixée par le rayon vecteur et l'azimut; à cette dernière coordonnée correspond un nombre de quanta (azimutaux) qui est égal, comme Sommerfeld l'a montré, à la somme des nombres de quanta équatoriaux et de latitude.

Guidés par les suggestions théoriques de Rubinovicz et de Bohr, nous avons admis comme « principe de sélection » que le nombre de quanta azimutaux devait varier d'une unité lors du passage d'un électron d'une trajectoire à l'autre. Dans le Tableau ci-contre, à chaque niveau sont attribués trois chiffres donnant respectivement les nombres de quanta radiaux, équatoriaux et de latitude; un quatrième chiffre, inscrit au-dessous et égal à la somme du premier et du troisième, est le quantum azimutal en question.

Les lignes reconnues jusqu'ici et satisfaisant à ces principes sont inscrites en caractères gras, y compris huit raies désignées par *r*, récemment obser-

---

[1] L'un de nous a déjà signalé (A. Dauvillier, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1543) qu'ayant repris l'étude en premier ordre des séries L de l'uranium en triplant la dispersion et en augmentant l'intensité, il avait pu dédoubler la raie γ_4 en deux composantes d'égale intensité $\gamma_4 \text{I} = 574,4$X et $\gamma_4 \text{II} = 575,6$. L'intervalle en longueur d'onde du doublet régulier $O_4 O_5$ est en faveur de notre attribution de 3 quanta à la couche O, contrairement à l'hypothèse de Bohr lui assignant 5 quanta. L'existence du doublet $\beta'_5 \gamma'_2$, découvert pour l'or, a été vérifiée depuis pour U : $\beta'_5 = 721,1$; $\gamma'_2 = 591,8$. Ses composantes sont nettement de plus grandes longueurs d'ondes que celles des limites d'absorption L_1 et L_2, ce que justifie nos précédentes attributions. La ligne γ_{11}, découverte pour Ba, a également été retrouvée : $\gamma_{11} = 599,5$, de même que $\gamma_6 = 601,3$ et $\gamma_{10} = 611,0$. Enfin, fait important, la ligne formant un doublet de Sommerfeld avec cette dernière, la raie $\beta''_2 = 748,7$, paraît bien être double (β''_2 et β'''_2) comme nous l'avons démontré pour l'or. Elle est en effet large et diffuse par rapport à la ligne très fine de même intensité β'_2.

vées par Dolejseck dans la série N. Les astérisques indiquent les lignes prévues non encore observées, y compris les séries O et P. Les raies admettant pour niveaux d'arrivée les limites Q appartiennent au domaine optique. Celles inscrites dans les séries L en maigre et soulignées — toutes très faibles — font exception au principe. $\beta_8 \beta_9$ et γ_9, ainsi que les lignes prenant naissance avec les terres rares ($\gamma_{10} \beta_2'' \beta_6$ et β_7'), correspondraient à une variation de deux unités du quantum azimutal.

Ce Tableau fait apparaître pour la première fois la vraie structure de la série K, à savoir une suite de lignes de plus en plus faibles et resserrées vers la limite d'absorption : $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1 \ldots$, accompagnées chacune d'un satellite de plus grande longueur d'onde formant un doublet régulier. Les termes O_4K et P_1K sont encore inconnus, la raie γ_2 trouvée par l'un de nous pour le cuivre étant une ligne d'ionisation. La série de Lyman de l'hydrogène doit présenter cette structure.

La série L_3 présente un aspect analogue avec cette différence qu'il s'agit d'une suite de doublets réguliers dont les composantes sont d'égale intensité. Seule la ligne γ_8 n'a pas encore été résolue.

La série L_2 présente une anomalie remarquable qui est l'absence des deux satellites de haute fréquence prévus pour les lignes β_1, γ_1 et γ_2. La raie β_5 de L_1 doit être un triplet. Le groupe L_1 L_2 a essentiellement la structure de la série de Balmer, c'est-à-dire une suite de doublets de Sommerfeld, se resserrant vers la double limite d'absorption. Des systèmes de triplets et de quadruplets sont prévus dans les séries M et N.

OPTIQUE. — *Photométrie de sources lumineuses constituées par des corps noirs à des températures différentes.* Note de MM. **M. Vuillaume** et **A. Boutaric**, présentée par M. Daniel Berthelot.

1. Crova [1] et Macé de Lépinay [2] ont proposé autrefois d'éliminer les difficultés que présente la photométrie hétérochrome en faisant porter la comparaison photométrique sur une ou deux régions spectrales déterminées.

Il est évident que ces méthodes ne sauraient convenir à l'étude de sources lumineuses donnant un spectre de lignes ou un spectre continu exceptionnel. Même dans le cas particulièrement simple de sources assimilables à des corps noirs, il est aisé de vérifier qu'elles donnent des résultats insuffisants dès que les températures des sources ne sont pas très voisines. Mais nous allons indiquer des variantes simples de ces méthodes qu'on pourra appli-

---

(1) A. Crova, *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. 6, 1885, p. 528.
(2) Macé de Lépinay, *Comptes rendus*, t. 97, 1883, p. 1428.

quer à la comparaison de sources dont les températures diffèrent de plus de 2000 degrés [1].

2. La méthode de Crova consiste à effectuer les comparaisons photométriques à travers une cuve à faces parallèles contenant une solution de perchlorure de fer et de chlorure de nickel qui ne laisse passer que des radiations voisines de $\lambda = 582^{m\mu}$. Si l'on calcule l'éclat lumineux du corps noir r exprimé en W : cm² à diverses températures T et l'émission ρ du corps noir pour la radiation $\lambda = 582^{m\mu}$ aux mêmes températures, calculée d'après la formule de Planck [2], on constate que le rapport $\frac{r}{\rho}$ varie avec la température, contrairement à ce qu'exigerait l'exactitude de la méthode de Crova.

Mais, supposons qu'on utilise comme étalon dans les mesures photométriques une source de température déterminée et connue.

Désignons par r_0 l'éclat, et par ρ_0 l'émission pour $\lambda = 582^{m\mu}$, relatifs à l'étalon de température T_0; par r et ρ les valeurs correspondantes pour une source de température T. On peut calculer, pour les températures T, les quotients $x = \frac{\rho}{\rho_0}$, $y = \frac{r}{r_0}$ et construire le graphique $y = f(x)$. Ce graphique permet, connaissant x, rapport des émissions pour $\lambda = 582^{m\mu}$, de calculer y, rapport des éclats lumineux.

Voici les valeurs de x et de y, relatives à la comparaison de sources de diverses températures T à un étalon de température $T_0 = 2000°$ abs. :

T.	x.	y.	y donné par la formule (1).
2000° abs.	1	1	1
3000 »	60,9	63,8	64,8
4000 »	476	530	523
5000 »	1640	1940	1830

On voit qu'en supposant $y = x$, comme le faisait Crova, on commet une erreur qui est déjà de 5 pour 100 dès que la température de la source étudiée atteint 3000°.

La quatrième colonne du Tableau contient les valeurs de y calculées par la formule

$$y = x^{1,015}. \qquad (1)$$

---

(1) Le détail des calculs sera publié ailleurs.

(2) r est obtenu par l'intégrale $r = \int_{0^\mu,4}^{0^\mu,8} L_\lambda \rho_\lambda d_\lambda$, où L_λ désigne le coefficient de luminosité relatif à la radiation λ.

L'écart entre les valeurs de y ainsi déduites des mesures de x et les valeurs exactes de y ne dépasse pas $\frac{1}{60}$ à 4000°; il est de l'ordre des erreurs d'expériences dans les comparaisons photométriques. La formule (1) est valable pour les mesures rapportées à un étalon dont la température est comprise entre 2000° et 3000°. Pour des étalons dont la température est en dehors de ces limites, on établira sans peine une autre formule empirique ou on utilisera un graphique.

3. Macé de Lépinay effectuait les comparaisons photométriques, successivement à travers une cuve rouge (solution de perchlorure de fer) laissant passer les radiations voisines de $\lambda = 630^{m\mu}$ et une cuve verte (solution de chlorure de nickel) laissant passer les radiations voisines de $\lambda = 530^{m\mu}$. En désignant par r et v les mesures ainsi obtenues, Macé de Lépinay calculait le rapport y des intensités lumineuses par la formule

$$\frac{r}{y} - 1 = 0,208\left(1 - \frac{v}{r}\right).$$

Le Tableau ci-dessous contient les valeurs de v, r, $\frac{y}{r}$ relatives à des sources de diverses températures T comparées à un étalon dont la température est 2000° abs.

T.	v.	r.	y.	y. (formule de Macé de Lépinay).	y [formule (2)].
000° abs.	1	1	1	1	1
3000 » ..	$9,13 \times 10$	$4,45 \times 10$	64,1	57,0	63,2
4000 » ..	$8,73 \times 10^2$	$2,99 \times 10^2$	529	496	529
5000 » ..	$3,39 \times 10^3$	$9,39 \times 10^2$	1944	2056	1925

La cinquième colonne donne les valeurs de y déduites de la formule de Macé de Lépinay, et la sixième colonne celles calculées par l'équation

$$(2) \qquad \frac{y}{r} - 1 = 2.10^{-4}\Theta\left(\frac{v}{r} - 1\right),$$

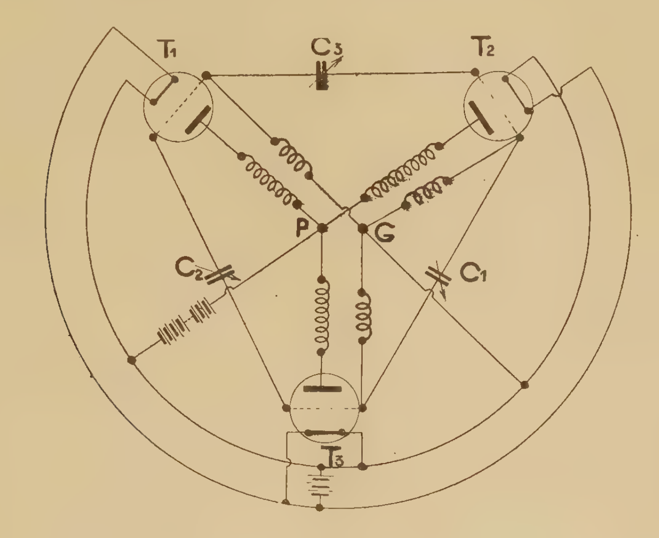
où Θ désigne la température absolue de l'étalon, ici 2000°. (La formule a été vérifiée pour des températures de cet étalon comprises entre 1600° et 3000° abs.)

La formule de Macé de Lépinay apparaît comme insuffisante. La formule que nous proposons fournit des valeurs de y en excellent accord avec celles que donnerait la comparaison directe des sources.

ÉLECTRICITÉ. — *Génération par tubes électroniques d'oscillations polyphasées de haute fréquence.* Note de M. R. **Mesny**, présentée par M. G. Ferrié.

Si avec n triodes on réalise un montage ayant une symétrie géométrique d'ordre n, le système ainsi constitué doit être capable de donner naissance, dans des conditions convenables, à un ensemble d'oscillations polyphasées d'un ordre au moins égal à n.

Le montage à trois triodes, schématisé sur la figure, permet en effet



d'obtenir des oscillations triphasées. Les filaments sont en parallèle sur la même source; les trois selfs de plaque aboutissent à un point commun P réuni à l'un des pôles du filament à travers une source de haute tension; les trois selfs de grille aboutissent de même à un point commun G connecté à l'une des bornes du filament. Des condensateurs C_1, C_2, C_3 relient deux à deux les grilles des différents triodes.

Les oscillations ainsi obtenues sont stables et se maintiennent pour des différences entre les éléments homologues des circuits atteignant 4 à 5 pour 100, ce qui permet de faire supporter à ces circuits des charges différentes. Quand les écarts entre les mêmes éléments sont plus grands, le système donne naissance à des oscillations de 2 ou 3 fréquences principales,

mais les oscillations triphasées à fréquence unique s'accrochent d'elles-mêmes brusquement dès que, en variant les capacités ou les selfs, on revient dans les limites ci-dessus indiquées.

L'existence des oscillations triphasées peut être manifestée en réalisant un champ tournant par les mêmes procédés employés pour les fréquences industrielles, par exemple en envoyant les trois courants déphasés à 120° dans trois bobines faisant entre elles le même angle de 120°. Une spire de fil très fin suspendue au milieu de ce système se met à tourner rapidement dès l'accrochage du courant triphasé; la rotation peut avoir lieu à volonté dans un sens ou dans l'autre.

Le même champ tournant peut être utilisé à la mesure des phases en haute fréquence. Si l'on remplace la spire mobile par une bobine orientable, on peut recueillir avec cette bobine une force électromotrice dont la phase dépend de son orientation, et pour une construction convenable des bobines fixes et mobile, les variations de phase de cette force électromotrice sont mesurées par les angles dont on fait tourner la bobine orientable. Elles peuvent donc être lues directement sur un cadran.

En introduisant cette force électromotrice dans un circuit d'écoute on pourra l'opposer par couplage magnétique ou autre à telle autre force électromotrice de même fréquence et mesurer la phase de celle-ci par la méthode de zéro. On obtient ainsi les différences de phases avec une approximation qui peut dépasser le degré. Les applications en sont nombreuses; par exemple l'étude des déphasages aux différents étages des amplificateurs est très simple à exécuter.

D'autre part, le système peut être utilisé pour l'émission de champs tournants. Si trois cadres verticaux, orientés à 120° l'un de l'autre, sont parcourus par les trois courants, ils rayonnent un champ tournant ayant pour axe de révolution la verticale qui constitue l'axe de symétrie des cadres. Sur cet axe, la polarisation est circulaire. Sur une droite faisant avec l'axe un angle θ, la polarisation est elliptique, le rapport des axes de l'ellipse est égal à $\cos^2\theta$ et son petit axe rencontre l'axe de révolution. Un tel champ peut être utilisé pour la détermination de la position d'un aéronef par rapport à son champ d'atterrissage par temps bouché.

Le montage indiqué est un montage type qui peut être modifié dans des limites très étendues en conservant la symétrie ternaire.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur la séparation de l'oxyde ferrique et de l'alumine d'avec la magnésie par la méthode des azotates.* Note de M. **André Charriou**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Dans une Note précédente [1], j'ai étudié les entraînements de la chaux par l'oxyde ferrique et l'alumine se produisant dans la séparation de ces corps par la méthode des azotates de H. Sainte-Claire Deville [2]. De même, la séparation de l'oxyde ferrique et de l'alumine d'avec la magnésie par cette même méthode est incomplète par suite de l'entraînement de la magnésie par l'oxyde ferrique et l'alumine. J'ai recherché les moyens de diminuer ces entraînements.

Influence de la température de décomposition des azotates. — Après le traitement par la chaleur la masse était reprise avec 50^{cm^3} d'une solution bouillante d'azotate d'ammoniaque à 4 pour 100, conservée à chaud pendant 1 heure, puis lavée à l'eau bouillante :

I. *Oxyde ferrique et magnésie.*

Solution.		Mode de décomposition des azotates par la chaleur.	MgO	
MgO.	Fe^2O^3.		entraînée.	pour 100.
0,56	0,142	Jusqu'au commencement de la décomposition du sous-nitrate de magnésie (apparition des vapeurs nitreuses) (vers 350°, d'après Sainte-Claire Deville).	0,0192	13,5
0,56	0,1418	Jusqu'après la décomposition de l'azotate ferrique, en élevant la température jusqu'à 250° environ.	0,014	9,8
0,56	0,141	Jusqu'à la fin de la décomposition de l'azotate ferrique vers 150°.	0,0014	1

II. *Alumine et magnésie.*

Solution.		Mode de décomposition des azotates par la chaleur.	MgO	
MgO.	Al^2O^3.		entraînée.	pour 100.
0,56	0,166	Jusqu'au commencement de la décomposition du sous-nitrate de magnésie (apparition des vapeurs nitreuses) (vers 350°, d'après Sainte-Claire Deville).	0,0104	6,3
0,56	0,166	Jusqu'après la décomposition de l'azotate d'alumine, en élevant la température jusqu'à 250° environ.	0,004	2,3
0,56	0,166	Jusqu'à la fin de la décomposition de l'azotate d'alumine vers 150°.	0,0011	0,66

---

(1) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 751.

(2) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. 38, 1853, p. 5.

Il semble donc que l'entraînement croît en même temps que la teneur du mélange en sous-nitrate de magnésie, puis en magnésie; les entraînements de la magnésie par l'alumine étant inférieurs aux entraînements de la magnésie par l'oxyde ferrique.

Influence de la concentration de l'azotate d'ammoniaque. — J'ai cherché à diminuer l'entraînement en augmentant la concentration de l'azotate d'ammoniaque.

La décomposition des azotates étant réalisée vers 150° :

1° La masse était reprise une seule fois avec 50^{cm^3} de solution bouillante d'azotate d'ammoniaque à 10 pour 100, conservée à chaud pendant 1 heure, puis lavée à l'eau bouillante.

		MgO entraînée.	MgO pour 100.
Solution I	$MgO = 0,56$; $Fe^2O^3 = 0,142$	0,001	0,6
Solution II	$MgO = 0,56$; $Al^2O^3 = 0,166$	Traces	»

2° La masse était reprise trois fois successivement avec 50^{cm^3} de solution bouillante d'azotate d'ammoniaque à 10 pour 100, la liqueur surnageante étant chaque fois décantée. Enfin lavage par décantation à l'eau bouillante.

Solution I.		Solution II.	
MgO.	Fe^2O^3.	MgO.	Al^2O^3.
0,56	0,142	0,56	0,166

L'entraînement a été nul dans le cas des deux sesquioxydes pris séparément, de même dans le cas du mélange des deux sesquioxydes.

Méthode de dessiccation après précipitation par l'ammoniaque. — J'ai appliqué cette méthode de séparation plus pratique que celle des décantations successives, et qui m'avait permis d'annuler les entraînements de la chaux par l'oxyde ferrique et l'alumine.

Dans chaque solution le sesquioxyde était précipité avec 2^{cm^3} d'une solution d'ammoniaque à 11^{mol} par litre, en présence d'azotate d'ammoniaque; puis le tout était desséché sans dépasser 150° pour ne pas décomposer tout l'azotate d'ammoniaque. La masse était ensuite reprise et lavée par décantation à l'eau bouillante.

I. *Oxyde ferrique et magnésie.*

Solution.				
MgO.	Fe^2O^3.	NO^3NH^4.	MgO entraînée.	MgO pour 100.
0,56	0,143	2^g	0,0014	1
0,56	0,142	4^g	0,0013	0,9

II. *Alumine et magnésie.*

Solution			MgO	
MgO.	Al^3O^3.	NO^3NH^4.	entraînée.	pour 100.
0,56	0,166	2g	0,001	0,6
0,56	0,166	4g	0,001	0,6

Dans ces conditions, l'entraînement est donc très faible.

Dans toutes les expériences précédentes :

1° Il est utile, après l'ébullition avec la solution d'azotate d'ammoniaque, d'introduire dans la capsule une goutte d'ammoniaque : l'alcali ne doit causer aucun trouble dans la liqueur, ce qui prouve qu'aucune trace d'alumine et de fer n'existe plus en solution.

2° Il est très difficile de débarrasser complètement pendant le lavage la capsule de tout l'oxyde qui y adhère, aussi il faut :

Soit tarer au préalable la capsule et y réaliser la calcination puis la pesée des sesquioxydes;

Soit dissoudre les parcelles d'oxydes avec un peu d'acide azotique, puis précipiter par l'ammoniaque en présence d'un peu d'azotate d'ammoniaque et entraîner le tout sur le filtre.

Dans toutes ces expériences, le lavage était tel que le volume total des eaux de lavage (dans lesquelles est dosée ensuite la magnésie) était toujours de 500^{cm^3}.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du sodammonium sur l'hexaméthylènetétramine, le tétraméthyldiaminométhane et l'éthylidèneéthylimine*. Note (1) de M. **Picon**, présentée par M. A. Haller.

Le sodammonium ne réagit pas sur l'hexaméthylènetétramine, même à l'autoclave à la température ordinaire.

C'est le seul réactif hydrogénant sans action sur ce corps. Tous les autres fournissent des produits d'hydrogénation sur le carbone ou sur l'azote et l'on obtient, dans différents cas, du méthane, des méthylamines et de l'ammoniac; mais ainsi que l'a remarqué M. Ferrand (2) ces diverses études sur l'hydrogénation ont été faites en milieu aqueux acide ou alcalin et elles présentent une cause commune d'erreur : l'hydrolyse ou la décom-

(1) Séance du 16 octobre 1922.

(2) Ferrand, *Thèse de doctorat en Pharmacie*. Paris, 1920.

position de l'hexaméthylènetétramine en ses deux constituants formol et ammoniac.

L'action absolument négative du sodammonium exécutée dans le dissolvant ammoniaque liquide dans lequel l'hexaméthylènetétramine est parfaitement stable, présente un intérêt au point de vue de la constitution de ce composé organique, car elle nous permettra peut-être de vérifier si cette action est en accord avec la constitution d'un corps saturé comme celle généralement admise et proposée par Duden et Scharff (1895), ou bien avec la formule non saturée indiquée un peu plus tard par M. Delépine pour rendre compte en particulier de la formation d'un dérivé trinitrosé.

Dans ce but, nous avons essayé l'action du sodammonium sur des composés azotés de la série acyclique, l'un saturé, l'autre possédant une double liaison entre un atome de carbone et un atome d'azote.

Comme dérivé possédant une double liaison, nous n'avons pu employer les cétimines, car celles qui ont été préparées jusqu'ici contiennent toutes un radical cyclique. Or nous avons déjà montré en collaboration avec M. Lebeau [1] que l'hydrogénation par le sodammonium d'une liaison éthylénique ne s'effectue pas dans la série acyclique, mais qu'elle devient au contraire possible si la liaison est contiguë à un noyau; il fallait donc éliminer pour cette étude tout composé possédant une partie cyclique et il nous restait à employer les imines grasses.

Un certain nombre de celles-ci n'existent pas libres et se polymérisent très rapidement. Toutefois Henry [2] a signalé que la polymérisation diminue si le poids moléculaire augmente.

En particulier, si l'on utilise de l'aldéhyde éthylique et de l'éthylamine, on obtient un composé $CH^3 - CH = N - C^2H^5$ bouillant à 48°, température voisine du point d'ébullition de l'amine saturée correspondante, la diéthylamine qui bout à 55°. La condensation de cette imine est donc extrêmement faible. Le produit que nous avons employé bouillait à 46°,5-48°,5 sous la pression normale.

Ce corps est attaqué par le sodammonium, la réaction ne s'effectue pas à — 40°, mais vers — 20° seulement, lorsque la solution de sodammonium dans l'ammoniaque liquide est concentrée et de couleur mordorée. L'action n'est donc complète que lorsqu'on laisse l'appareil reprendre la température ordinaire sous pression dans un autoclave. Il se forme de l'amidure de

---

(1) P. Lebeau et M. Picon, *Comptes rendus,* t. 175, 1922, p. 223.

(2) Henry, *Recueil Trav. chim. Pays-Bas,* t. 23, 1904, p. 401.

sodium et l'on observe une condensation de la molécule représentant un mode de réaction qui n'a pas encore été signalé pour les imines.

Après départ de l'ammoniaque, le produit obtenu est isolé facilement de l'amidure de sodium en traitant le résidu par de l'éther. La solution évaporée à froid dans le vide laisse un résidu liquide qu'on recueille après deux rectifications à 166°-167° sous la pression de 760mm. Le rendement est de 60 pour 100; il reste en outre 30 pour 100 de produit passant entre 167° et 210°.

L'analyse du corps distillant à 166°-167° et la densité de vapeur correspondent à la formule $C^8H^{20}N^2$.

On peut facilement préparer des sels : le chlorhydrate cristallisé qui est très déliquescent, soluble dans l'eau et l'alcool; le sulfate très bien cristallisé, se sublimant sans fondre vers 280°, soluble dans l'eau, insoluble dans l'alcool, de formule $C^8H^{20}N^2$, SO^4H^2; le chloroplatinate dont l'hydrate est très bien cristallisé et peut s'écrire $C^8H^{20}N^2, 2HCl.PtCl^4, 6H^2O$; le picrate également très bien cristallisé; le chloroaurate, le chloromercurate qui précipitent également, mais amorphes dans les solutions à 1 pour 100.

Les réactifs usuels des alcaloïdes donnent des précipités amorphes avec la solution aqueuse de cette base.

Ce composé azoté est une diamine secondaire; il fournit en effet, avec l'acide azoteux, un dérivé dinitrosé $C^8H^{18}N^4O^2$ très bien cristallisé en prismes, soluble dans l'alcool et dans l'éther, très faiblement coloré en jaune pâle et fondant à 74°,5.

En présence de l'éthylmagnésium en solution éthérée, une molécule de cette amine donne naissance à deux molécules d'éthane, comme le fait une diamine secondaire ou primaire.

Nous pouvons déduire de tous ces faits que le corps formé dans l'action du sodammonium sur l'éthylidèneéthylimine est un produit d'hydrogénation et de condensation de 2mol de cette imine sans départ d'ammoniac comme on l'observe dans la formation des cétisocétimines [1]. On obtient le diéthyldiaminobutane

$$CH^3 - CH(NH - C^2H^5) - CH(NH - C^2H^5)CH^3.$$

L'hydrogène produit par le sodammonium s'est fixé sur l'azote de l'imine pour donner une fonction amine secondaire, puis il y a eu condensation entre 2mol par la liaison restée libre dans le carbone voisin. La réaction

(1) Moureu, *Annales de Chimie*, 9e série, t. 14, 1920, p. 348.

peut être formulée de la façon suivante :

$$2C^4H^9N + N^2H^6Na^2 = 2NH^2Na + C^8H^{20}N^2.$$

Pour déterminer l'action du sodammonium sur un dérivé azoté saturé nous avons employé le tétraméthyldiaminométhane préparé par Henry et bouillant vers 85° [1]. Ce corps n'est pas attaqué par le sodammonium même dans un autoclave à la température ordinaire après un contact de 24 heures.

En résumé, le sodammonium est le seul réactif hydrogénant sans action sur l'hexaméthylènetétramine. Il est également sans action sur les composés azotés saturés de la série grasse. Il réagit sur les composés azotés non saturés en fournissant avec un rendement de 60 pour 100 un produit de condensation dans lequel 2^{mol} du corps primitif sont soudées par les atomes de carbone non saturés. C'est là une nouvelle réaction des imines, elle permet de préparer facilement les diamines secondaires 1. 2, classe de composés dont on ne connaît que deux représentants.

L'action négative sur l'hexaméthylènetétramine permet de déduire que ce corps ne possède aucune double liaison entre un atome d'azote et un atome de carbone; c'est un fait à l'appui de la formule de constitution généralement admise de Duden et Scharff.

LITHOLOGIE. — *Sur les roches basiques du massif de syénite néphélinique de la « Serra de Monchique » et de ses alentours* (Algarve). Note [2] de M. **Pereira de Sousa.**

La « Serra de Monchique » a été étudiée par différents savants ; des types lithologiques de roches alcalines (foyaïte et monchiquite) ont été définis, d'après cette région ; des types de différenciation basique y ont été signalés sous le nom d'*essexite*. Je me suis proposé de compléter l'étude chimique et minéralogique de ce centre éruptif. C'est la composition minéralogique et chimique des roches basiques qui fait l'objet de la présente Note. Les analyses données ci-dessous sont dues à M. Raoult.

I. *Série à biotite.* — Une première catégorie est constituée par des *shonkinites*, roches à grain moyen, uniformément grenues ou bien présentant de grands cristaux feldspathiques, porphyroïdes, aplatis, de 1^{cm}. Elles sont

(1) Henry, *Bull. Acad. roy. Belg.*, 3e série, t. 26, p. 200.
(2) Séance du 30 janvier 1922.

constituées par de la biotite et de l'augite ægyrinique titanifère, en petits cristaux et beaucoup de sphène; les minéraux blancs sont l'orthose et la néphéline. Dans une deuxième catégorie, les roches sont des *shonkinites passant aux théralites*, dans lesquelles le pyroxène est violacé et accompagné d'un peu de plagioclase, de hornblende et (analyse 5) de beaucoup d'olivine. Les analyses 1 à 5 montrent les remarquables relations chimiques existant entre les différents éléments qui croissent et décroissent d'une façon à peu près continue. Le terme extrême auquel aboutissent les shonkinites est cette roche néphélinique, dépourvue de feldspath, que M. A. Lacroix a récemment désignée sous le nom d'*algarvite*. Elle est constituée par de l'augite verte et de la biotite, groupées par taches dans lesquelles dominent l'un ou l'autre de ces minéraux; il existe aussi un peu de sphène et d'ilménite. Tous ces minéraux sont enveloppés pœcilitiquement par des plages de néphéline. L'algarvite se distingue des autres roches de la série, en ce qu'elle est plus riche en alcalis et magnésie, et moins calcique.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
SiO^2	49,52	47,76	46,84	43,46	42,44	43,84
Al^2O^3	13,82	12,69	15,47	11,94	10,73	12,03
Fe^2O^3	5,92	6,08	4,16	6,92	5,56	5,33
FeO	4,37	4,59	5,39	7,15	6,82	6,30
MgO	3,33	4,02	4,31	4,55	10,94	8,59
CaO	5,58	8,42	9,72	11,62	10,64	8,88
Na^2O	7,36	6,25	5,49	4,24	3,56	6,37
K^2O	5,76	4,63	3,68	2,63	2,88	3,76
TiO^2	2,21	4,09	4,15	5,08	4,42	4,12
P^2O^5	0,84	0,72	0,34	0,76	0,69	0,38
H^2O +	0,49	0,74	0,31	1,28	0,91	0,52
H^2O —	0,19	0,14	0,35	0,24	0,23	0,29
CO^2	0,49	»	»	»	0,49	0,17
Cl	»	»	»	»	»	»
MnO	»	»	»	»	»	»
	99,88	100,13	100,21	99,87	100,31	100,38

Reste à préciser le rôle géologique de ces roches. Les *shonkinites* (analyses 1 et 2) forment deux filons dans la syénite. Elles ont pour formule magmatique III.'7.1.3., III.'7.1.3(4). Les shonkinites des analyses 3 et 4 ont les mêmes paramètres III.6(7).'2.4. Elles forment des enclaves dans la syénite. Tandis que les autres shonkinites sont grenues, la roche 3 présente une tendance microgrenue des éléments blancs et aussi un peu de plagioclase; c'est une *shonkinite passant à la théralite*. L'analyse n° 5 est celle d'une

théralite passant à la shonkinite micacée, mélanocrate, elle se trouve en enclaves dans la syénite. Sa formule magmatique est III (IV). (6) 7. (I) 2. 4. Enfin, l'*algarvite* forme un filon dans la syénite et se trouve à 1100^{m} S 64° E de la pyramide Navete, dans le « barranco » (Caldas de Monchique). Ses paramètres sont III (IV). [9. 1. 4]. '2. 2. 2'. 2.

II. *Série à hornblende.* — Cette série est caractérisée par une hornblende brune, associée à l'augite titanifère, violacée. Ces deux minéraux automorphes sont englobés pœcilitiquement par des plages de plagioclase, un peu d'orthose, de la néphéline et aussi du sphène avec beaucoup d'apatite. Ces roches sont très mélanocrates. Par l'abondance de cette hornblende, ces roches se rapprochent du type décrit, à Madagascar, par M. A. Lacroix, sous le nom de *berondrite*. Elles en constituent une variété, dont le plagioclase est un peu moins basique. Elles établissent le passage des théralites aux berondrites ([1]). Le terme extrême de cette série (analyse 10) est une *wehrlite* feldspathique et amphibolique minéralogiquement caractérisée par la prédominance de l'olivine sur les éléments colorés et la disparition de la néphéline; cette roche se distingue par la réduction de la teneur en silice, alumine et l'augmentation de fer et surtout de la magnésie.

La *berondrite* de l'analyse 7 forme un grand affleurement au milieu de la syénite. Elle a pour formule magmatique III.(IV)6.2.'4. Celle de l'analyse 8 qui possède une structure porphyrique et qui contient en outre de l'olivine, constitue un facies de variation de la précédente. Ses paramètres sont IV[7.1'.4]2.1.3.2. Enfin, la *berondrite* de l'analyse 9 forme une enclave dans la syénite. Sa formule magmatique est III.6(7).2(3).4. La *wehrlite* traverse le Moscovien. Ses paramètres sont IV'.2.3'.'2.'2.

III. *Séries à facies basaltique.* — Ces roches renferment en général de grands phénocristaux de hornblende brune et d'augite, dans la roche 11, la hornblende est en voie de résorption dans un magma formé de microlites feldspathiques avec une grande quantité de grains d'augite, de hornblende et d'ilménite. Cette roche est compacte, formée par de petits phénocristaux d'augite, des baguettes de hornblende brune, un peu de biotite et de magnétite, épigénisant des grains d'olivine. Les éléments blancs microgrenus sont constitués par un peu d'orthose et plagioclase, mais sans néphéline distincte, bien que le calcul en montre une quantité importante. Elle doit être considérée comme une *microberondrite* à feldspaths alcalins. Elle

([1]) Ces roches sont aussi à rapprocher des *tamaraïtes* de M. A. Lacroix; mais celles-ci contiennent plus de néphéline et sont microgrenues.

forme un petit affleurement dans la syénite. Sa formule magmatique est III.6(7).2(3.)'4. La roche 12 est une *basanitoide* compacte, constituée de grands phénocristaux et des microlites de hornblende qui lui donnent un caractère lamprophyrique. C'est une forme filonienne ou de bordure à rapprocher de la mafraïte. Ses paramètres sont IV.[6.3.'4].2.1'.2(3).2. Enfin la roche 13 dépourvue d'amphibole est caractérisée par d'abondants phénocristaux d'olivine et d'augite, atteignant près de $0^{m},01$, disséminés dans une pâte formée par des microlites d'augite, de magnétite, avec un peu de néphéline et de plagioclase et quelques microlites de biotite. C'est une *ankaratrite* un peu feldspathique, constituant un filon dans le Moscovien; ses paramètres sont IV['7.2.4.].2.'2.2'.2.

On voit que les mêmes types lithologiques ou des types analogues provenant tous de la différenciation d'un même magma se trouvent en filons, en petits massifs, ou en enclaves (facies de variation) dans la syénite; c'est la répétition de ce que M. A. Lacroix a rencontré dans la province pétrographique alcaline d'Ampasindava (Madagascar).

	Série II.				Série III.		
	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.
SiO^2	43,06	42,82	42,02	39,32	41,76	42,54	42,00
Al^2O^3	10,47	7,23	13,46	4,47	13,39	9,06	5,73
Fe^2O^3	8,43	8,38	4,25	7,43	5,70	7,21	5,86
FeO	6,04	5,69	8,48	9,00	6,82	7,03	7,15
MgO	7,99	8,63	5,36	22,57	5,92	11,08	14,67
CaO	12,72	16,22	13,74	9,62	13,56	14,72	14,48
Na^2O	3,12	2,99	3,71	1,30	3,61	2,01	2,19
K^2O	2,28	1,78	2,32	0,84	2,49	1,39	0,91
TiO^2	4,81	4,79	4,98	2,67	4,78	4,57	4,18
P^2O^5	0,66	0,81	0,87	0,49	0,91	0,38	0,47
H^2O+	0,25	0,47	0,81	1,88	0,66	0,14	1,85
H^2O-	0,29	0,12	0,09	0,09	0,28	0,14	0,23
CO^2	»	0,19	»	0,56	0,32	»	0,51
Cl	»	»	»	»	»	»	»
MnO	»	»	»	»	»	»	»
	100,12	100,12	100,09	100,24	100,20	100,27	100,23

GÉOLOGIE. — *Sur le mode de contact de la craie et du calcaire pisolithique à Meulan-Gaillon (Seine-et-Oise).* Note [1] de MM. **Paul Lemoine** et **A. Pinard.**

Un des lambeaux de calcaire pisolithique du Bassin de Paris s'observe à Meulan-Gaillon. Une carrière récente y a été ouverte. Une coupe en a été fournie par M. G.-F. Dollfus [2], qui a noté la concordance du calcaire pisolithique et de la craie. Cette concordance n'est qu'une apparence, mais elle s'observe effectivement dans la plus grande partie de la carrière, où l'on constate la succession suivante :

1° A la partie supérieure de la carrière, des lambeaux peu épais d'argile plastique ravinant le Montien sont certainement descendus de quelques mètres; on ne peut voir le contact normal du Montien et du Sparnacien.

Le calcaire pisolithique paraît comprendre plusieurs bancs; mais, en réalité, il s'agit d'un seul niveau, avec portions plus ou moins altérées, l'altération étant maximum au sommet. Ainsi au sommet existe un calcaire (P 6) crayeux, pulvérulent, endurci par place, qui a fourni quelques oursins, de nombreuses baguettes de Cidaris, des dents de Squales (épaisseur de 2^m à 4^m); il résulte de l'altération du calcaire sous-jacent (P 5), et la surface de contact est très irrégulière.

Au-dessous, une zone de calcaire assez compact (P 5) contient des silex branchus, gris et jaunâtres, qui se sont formés sur place, car ils empâtent les fossiles montiens; ils ne peuvent provenir du remaniement de la craie, comme l'a dit M. Ramond [3].

On observe également dans ce calcaire, surtout à la base, des zones endurcies et silicifiées, empâtant toujours des fossiles montiens. La plus importante forme en un point de la carrière le contact avec la craie et donne l'apparence d'un véritable banc réglé. La silicification est évidemment secondaire, car ce calcaire a conservé intactes les perforations de lithophages qui ont descendu jusque dans la craie.

Ce calcaire P 5 contient aussi des poches et filons pulvérulents, où la récolte des fossiles est plus facile : Mollusques à test de calcite, disparu par dissolution dans le calcaire P 6 : *Campaniles, etc., Capulus* baguettes de *Cidaris, Terebratula,* Polypiers, *Lithothamnium.*

En général, ce banc P 5 repose directement sur la craie, mais sur une certaine longueur s'intercale, entre lui et la craie, un banc très dur, très siliceux, qui paraît former une grande lentille ($0^m,7$ d'épaisseur au maximum). La partie inférieure est perforée, tout comme la craie sous-jacente.

Or cette stratification d'apparence régulière n'est pas constante. Et en

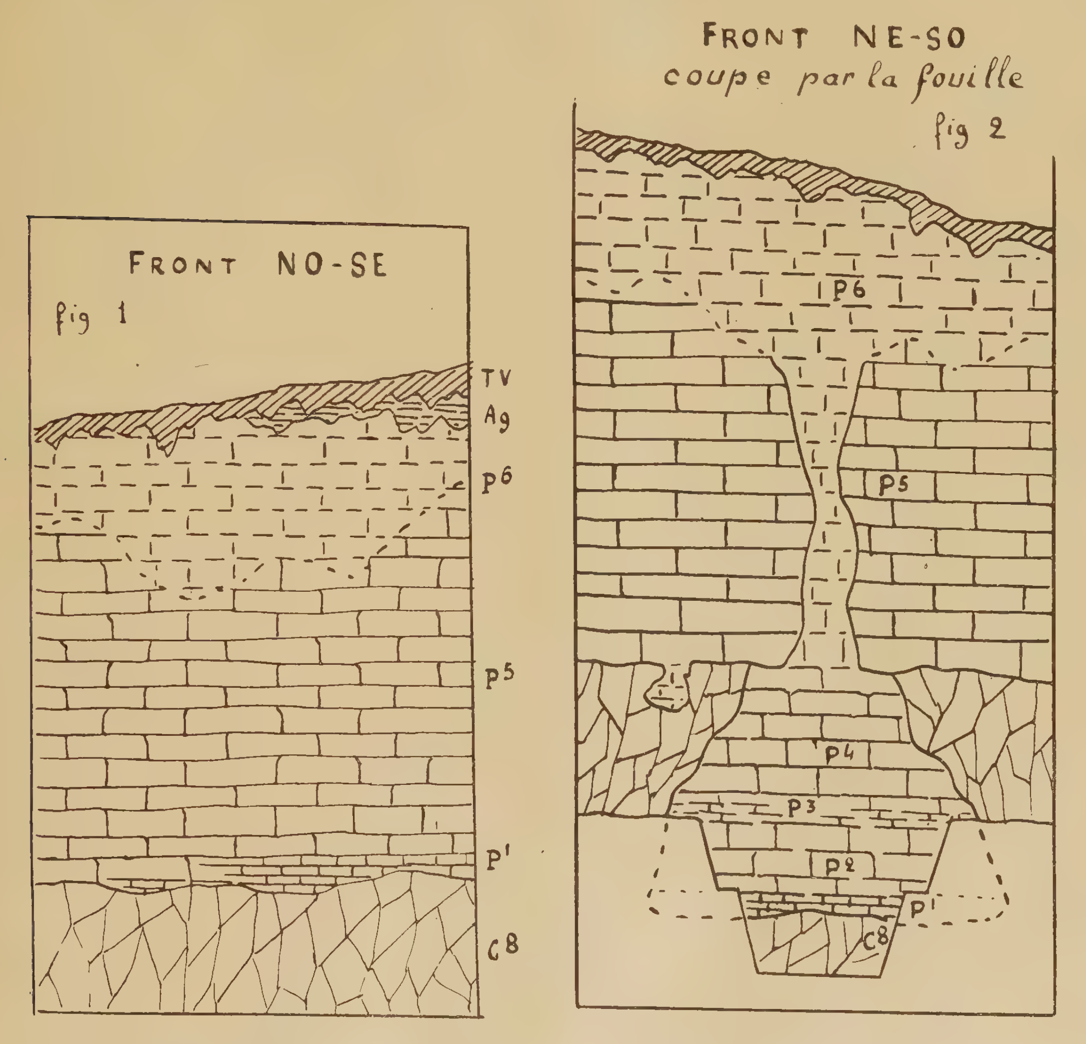
---

(1) Séance du 16 octobre 1922.

(2) G.-F. Dollfus, *Le calcaire montien de Meulan* (Seine-et-Oise) (*C. R. somm. Soc. géol. de France,* 1920, p. 130-131).

(3) Analyse de la Note de M. G.-F. Dollfus (*Rev. de Géol.*, Liége 1921, p. 88).

un point de la carrière le calcaire pisolithique paraissait pénétrer *au-dessous de la craie*. Comme le contact de ces deux formations se fait toujours pour tous les gisements dans des conditions assez obscures, nous avons effectué, en ce point une fouille [1] (3m,20 de profondeur et 3m de largeur environ), qui a montré très nettement que la partie inférieure du calcaire pisolithique occupe dans la craie une *véritable poche*, profonde de 3m,20 (*fig.* 2).



Les sédiments montiens s'y disposent de la façon suivante. On trouve d'abord les couches P 4, puis environ 2m de calcaire jaunâtre grossier à éléments confus, consti-

---

(1) Travail effectué sur les fonds Loutreuil (1921).

tués en majeure partie par des débris de fossiles. Les fossiles entiers n'y sont pas rares : baguettes de Cidaris, gastéropodes de grande taille; moules empâtés dans un calcaire concrétionné. Au-dessous vient une couche de calcaire sableux ocreux, P 3 ($0^m,30$), concrétionné et très fossilifère.

Puis on observe 1^m de calcaire compact, blanc à gros gastéropodes (P 2). Il passe insensiblement à la craie par l'intermédiaire d'un calcaire crayeux (P 1) ($0^m,10$) devenant très siliceux à la base.

Le substratum est une craie normale, très fendillée en surface, souvent durcie, au contact du Montien, à ce point, que la distinction avec le banc P 1 est parfois difficile. Elle contient des silex, quelques nodules de pyrite; un *Ananchites* et des *Belemnitella*, ce qui ne laisse aucun doute sur son âge. M. G.-F. Dollfus y signale en outre *Terebratula, Ostrea.*

Au contact du calcaire pisolithique, la craie est durcie, perforée jusqu'à $0^m,90$, et même à $1^m,50$ de la surface. Ces perforations, qui dépassent souvent 1^{cm} de diamètre, ont toujours plusieurs centimètres de longueur, et sont souvent remplies par des sables calcaires concrétionnés qui contiennent parfois des mollusques lithophages.

En outre de la poche principale, la fouille a mis en évidence deux autres petites poches remplies d'un calcaire sableux, jaune, ou de sables argileux ocreux très fossilifères.

Ainsi le *calcaire pisolithique a rempli, dans la craie des poches irrégulières,* tout à fait analogues aux poches de décalcification que remplit à la surface des plateaux actuels, l'argile à silex.

On peut en déduire que, après une longue période d'érosion continentale de la craie, la région a été envahie par la mer du calcaire pisolithique, qui a nettoyé d'abord les poches de décalcification des produits qui s'y trouvaient et qui les a remplis ensuite. La mer montienne n'a rien érodé, elle a rempli, d'une façon très tranquille, les dépressions de la craie, aussi bien les poches comme celles de Meulan, que des vallées préexistantes, et ce régime permettra d'expliquer la particularité des autres gisements du calcaire pisolithique.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Sur le rôle des phénomènes de solifluction dans le modelé de la région de Saulieu* (Morvan). Note de Mlle **F. Brepson**, présentée par M. Émile Haug.

Saulieu est situé dans la partie NE du Morvan, non loin de la bordure secondaire qui l'entoure de toutes parts. La région appartient au réseau hydrographique du Serein, du Cousin et de la Cure, affluents de l'Yonne, et au réseau de l'Arroux et du Ternin, affluents de la Loire. Elle est, en

somme, à cheval sur la ligne de séparation des bassins hydrographiques de la Seine et de la Loire.

Le massif ancien, auquel appartient la région de Saulieu, est formé de granite, traversé par des filons de granulite et de porphyres quartzifères, ainsi que l'a signalé M. Albert Michel-Lévy (1), et contrairement à ce qui est figuré sur la Carte géologique au 1 : 80000e (feuille de Château-Chinon), qui indique une grande surface d'affleurement de gneiss. La bordure secondaire est essentiellement formée des marnes de l'Infra-Lias, des calcaires du Lias inférieur (calcaire à Gryphées arquées) et du Lias moyen : on sait qu'elle est limitée par de nombreuses fractures au contact du massif ancien. Des buttes-témoins d'Hettangien, parfois surmonté de Sinémurien, persistent çà et là, vestiges ménagés par l'érosion dans les dépôts transgressifs d'âge jurassique.

Le modelé granitique apparaît, dans la région de Saulieu, avec les caractères d'un relief usé. Le granite est, le plus souvent, recouvert par une arène dont l'épaisseur est parfois très importante au fond des vallons; elle est en ce cas imprégnée d'eau et forme les « ouches » recherchées pour la richesse de leurs herbages. Parfois les eaux s'accumulent dans ces dépressions, au point de former des étangs plus ou moins étendus, que l'érosion par les eaux courantes ne permet pas d'expliquer. Les étangs de Thoisy-la-Berchère, Château-Benoist, Chailloux, Saint-Brisson, etc. figurent parmi les plus importants.

On pouvait penser au rôle des phénomènes glaciaires dans la genèse de ces étangs. Mais on ne trouve nulle part de vestiges d'une glaciation, aucune trace de moraines n'existe dans la région.

Mais, lorsqu'on examine de près le modelé, on est frappé de voir le rôle important des phénomènes de glissement superficiel sur lesquels M. Louis Gentil a appelé l'attention dans diverses régions françaises. Les produits de la désagrégation granitique, fortement imbibés sous un climat assez humide, ont des tendances à descendre sur la pente des versants en formant des bourrelets qui rappellent les *rideaux*, bien connus dans les régions crayeuses de la Picardie; ou bien les produits de ces glissements encombrent le thalweg des vallées.

Je puis citer de nombreux exemples de ces phénomènes dans la région de Saulieu :

Sur la route de Saulieu à Arnay-le-Duc, à environ 3km de Saulieu, apparaît un bour-

(1) Albert Michel-Lévy, *Les terrains primaires du Morvan et de la Loire* (*Bulletin des Services de la Carte géologique*..., t. 18, 1907-1908, p. 120).

relet de ce genre atteignant 2^m de haut, qu'il est impossible d'expliquer par le ruissellement.

A Alligny-en-Morvan se montre une série de ressauts superposés; de même dans la région de Montsauche. Il serait possible de multiplier les exemples.

Au sud de la région de Saulieu, des phénomènes analogues ont été récemment étudiés (¹).

J'ai pensé que ces phénomènes de solifluction sont susceptibles d'expliquer le grand nombre des étangs auxquels j'ai fait allusion.

L'étude de l'étang de Thoisy-la-Berchère, du moins, m'a confirmé dans cette idée.

Il est installé dans le réseau hydrographique supérieur du Serein, dans un petit affluent qui va confluer près de La Motte-Ternant et descend du bois de Messire Jean. Le fond de la vallée est entièrement encombré par l'arène granitique, mais on ne voit pas comment cette arène serait descendue par le ruissellement. Du moins celui-ci n'a pu prendre qu'une part très minime à ce mouvement de descente. Par contre, on se rend bien compte du glissement des produits de désagrégation superficielle, qui sont venus, en certains points, barrer la vallée, phénomène que M. Boit a constaté en d'autres points du Morvan. Il en est résulté la formation d'un barrage naturel qui a été aménagé, en un point, en une digue pour augmenter la profondeur de l'étang.

Celui-ci est alimenté, à l'est et au sud, par des infiltrations sous-aréniques; le cours de la rivière est asséché sur la plus grande partie de son parcours, mais il doit exister à l'état de réseau souterrain.

La coulée boueuse est manifestée par le fait que nulle part n'affleure la roche-mère sous-jacente, tandis que les produits remaniés de l'arène granitique, fortement décomposée, se montrent sur des épaisseurs dépassant plusieurs mètres, au moins en certains points, comme j'ai pu le vérifier. Des fragments granitiques entraînés se retrouvent dans le sol de solifluction sous forme de cailloux à angles toujours émoussés par frottement et décomposition.

Le cas de l'étang de Thoisy-la-Berchère formé par *barrage de solifluction* constitue certainement la régle générale dans la région qui nous occupe. Si les glissements superficiels n'ont pas laissé ici des bourrelets aussi importants que les rideaux de certaines régions crayeuses, cela tient à ce que le modelé est arrivé à un degré de maturité assez avancé. Par contre, les petits cours d'eau qui ont atteint, ou presque atteint, leur profil d'équilibre dans la région que j'ai étudiée, ont respecté ces barrages pour accumuler leurs eaux vers l'amont, en donnant lieu à la formation d'étangs plus ou moins importants.

(¹) Ernest Chaput, *Observations géologiques sur la montagne de Bar* (*Académie des Sciences, Arts et Belles-Lettres de Dijon*, 1922).

MÉTÉOROLOGIE. — *Nouvelles observations radiogoniométriques des parasites atmosphériques.* Note de M. J. **Lacoste**, présentée par M. E. Bouty.

On sait que l'étude des parasites atmosphériques, par l'emploi du cadre radiogoniométrique, permet de prévoir d'importantes modifications isobariques (¹).

J'ai poursuivi au cours de cet été, en utilisant le nouveau radiogoniomètre de l'Institut de Physique du Globe de l'Université de Strasbourg, l'étude entreprise l'an dernier. Le cadre radiogoniométrique employé est formé de cinq sections utilisées pour des longueurs d'onde variant de 1000^{m} à 30 000^{m} :

1 section	1000^{m}	à	4200^{m}
2 sections	1800		7200
3 sections	2800		9400
4 et 5 sections	10000		30000

Ce cadre est beaucoup plus développé que l'appareil utilisé précédemment et permet l'étude des très grandes longueurs d'onde.

Les parasites étaient comptés par minute sur les azimuts divers de 20° en 20°, la recherche parfois délicate du maximum exigeant une attention particulière. Dans des cas peu nets, on est en effet obligé d'effectuer plusieurs tours par observations croisées ou de diminuer l'amplification pour se débarrasser de petits craquements accessoires. Toute opération faite à la hâte exposerait à des méprises.

Les observations de cette année, faites avec un matériel différent, confirment le fait que la direction dans laquelle on observe le maximum est le plus souvent celle des secteurs sud et sud-est des dépressions et qu'il est possible de prévoir de nouvelles dépressions.

Le mardi 25 juillet le maximum des parasites entendus était de direction WSW-ENE. A 21 heures ce maximum se trouve NW-SE et la carte du 26 juillet indiquera une profonde dépression NW Angleterre.

Le 10 août le maximum s'était tenu vers le NE, sur le secteur SE d'une dépression à centre mer Baltique. Or le 11 août à 8^{h}, je trouve un maximum NW-SE. La

---

(¹) E. Rothé, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 841-843. — J. Lacoste, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 843-845.

carte isobarique indiquera une nouvelle dépression au NW de l'Angleterre. A 17^h30^m le maximum est sur WNW, donc la dépression atteint le moyen Atlantique comme le montrera la carte du 12 août; mais il revient plus tard sur NNW, la dépression s'avance vers la Baltique comme on le verra avec la carte du 13 août.

Le samedi 19 août le maximum était sur ENE, mais à 11^h apparaît un renfoncement sur NW, celui-ci se maintient toute la journée; il correspond à une nouvelle dépression visible sur la carte du 20 août.

Au cours du 26 août le maximum passe de ENE sur dépression mer Baltique à WNW vers une nouvelle dépression qui le 27 aura son centre sur l'Irlande.

Le cadre radiogoniométrique permet surtout de prévoir les orages. *Dès qu'il n'est plus possible de trouver un maximum et que sur tous les azimuts on entend ou on enregistre de violentes décharges, l'orage atteint la région.*

Ces faits ont pu être observés cette année les 22, 23, 24, 31 juillet; les 3, 5, 7, 8, 14, 22, 29 août.

A titre d'exemples je résume mes observations des 14 et 22 août :

14 *août*. — 8^h : décharges nettes, régions W et W-NW; 11^h : décharges plus fortes; 14^h : le maximum descend sur SW; 18^h et 20^h30^m : violentes décharges sur *tous les azimuts*.

Premiers éclairs sur Strasbourg à 21^h. Violent orage à 23^h. 42 bulletins d'orages concernant l'Alsace et la Lorraine parviennent le lendemain à l'Institut de Physique du Globe.

22 *août*. — 8^h : décharges violentes sur tous les azimuts avec renforcement sur NW (un orage est signalé à cette heure au NW de Strasbourg); 11^h, 14^h et 16^h30^m : décharges violentes sur tous les azimuts.

L'orage atteint Strasbourg à 17^h45^m. 37 bulletins d'orages parviennent le lendemain à l'Institut de Strasbourg.

Cet orage a été enregistré à Strasbourg à l'aide de l'oscillographe à fer mobile d'Abraham pendant 7 minutes et demie; il a donné des décharges très violentes sur la totalité du cadre.

D'autres orages, au contraire, comme celui du 13 septembre, n'ont fourni de parasites nombreux que sur les sections à faible longueur d'onde. Il y a là un fait dont l'étude devra être poursuivie.

Toutefois la direction dans laquelle on trouve le maximum ne dépend pas des sections utilisées.

Ces nouvelles séries d'observations montrent encore que l'étude des parasites atmosphériques peut apporter une contribution à la prévision du temps.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Caryophyllacées. Les premiers stades du développement de l'embryon chez le* Sagina procumbens *L.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. L. Guignard.

Il n'a pas encore été rencontré d'espèce où les différenciations des régions fondamentales du corps de l'embryon ou de la plante se fassent avec autant de régularité et à l'aide d'un aussi petit nombre de cellules que chez le *Sagina procumbens*.

Le premier cloisonnement de l'oospore est transversal et sépare une cellule apicale et une cellule basale (*fig.* 1). Celle-ci ne se divise plus dans la suite; elle se comporte comme la cellule basale du proembryon bicellulaire du *Sagittaria sagittæfolia* [1] et des hydrophytes monocotylédonés; elle représente l'élément le plus inférieur du suspenseur et se convertit bientôt en une vésicule micropylaire de forme irrégulière; il en sera fait, dès maintenant, abstraction dans l'histoire embryogénique de la plante.

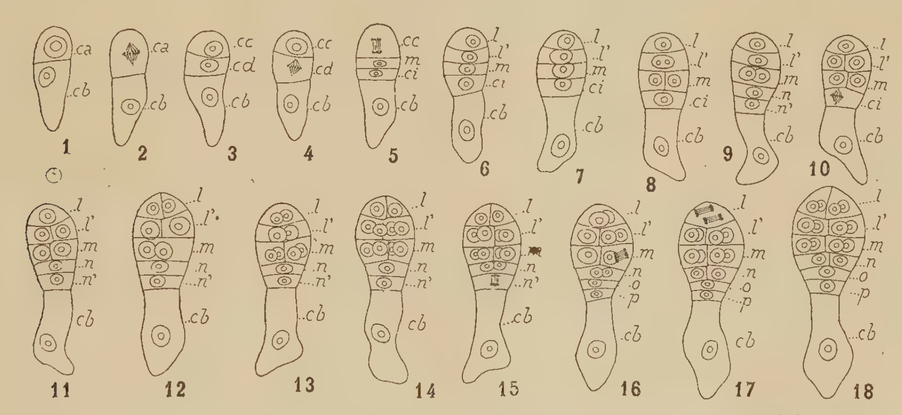


Fig. 1 à 18. — *Sagina procumbens* L. — Formation du proembryon à seize cellules, abstraction faite de la cellule basale. *ca*, cellule apicale; *cb*, cellule basale; *cc* et *cd*, cellules-filles de *ca*; *l* et *l'*, cellules-filles de *cc* ou les deux étages supérieurs du proembryon; *m*, cellule-fille supérieure de *cd* ou l'un des étages moyens du proembryon; *ci*, cellule-fille inférieure de *cd*; *n*, cellule-fille supérieure de *ci* ou l'autre étage moyen du proembryon; *n'*, cellule-fille inférieure de *ci*; *o* et *p*, cellules-filles de *n'* ou les deux étages inférieurs du proembryon. G. : 450.

La cellule apicale se substitue intégralement à la cellule-œuf primordiale; c'est à elle seule que s'appliquent les lois embryogénétiques qui permettent de bien définir ce nouveau type de développement et de mettre en relief les analogies et les différences le rapprochant ou le séparant des autres types déjà rencontrés. Cette cellule apicale (*ca*, *fig.* 1) se segmente transversalement (*fig.* 2 et 3) pour donner deux éléments

(1) R. Souèges, *Embryogénie des Alismacées. Développement du proembryon chez le* Sagittaria sagittæfolia *L.* (*Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 715).

superposés *cc* et *cd*. Peu après, l'élément *cd* se partage à son tour par une paroi horizontale (*fig.* 4 et 5) en deux nouvelles cellules *m* et *ci*; l'élément *cc* subit une semblable division et donne naissance aux deux cellules *l* et *l'* (*fig.* 5 et 6).

Il se constitue ainsi une tétrade qui, par son mode de construction, est tout à fait comparable à celle du *Chenopodium Bonus-Henricus* (¹). Elle en diffère cependant : 1° par son origine, puisque elle est engendrée par la cellule apicale seulement; 2° par les destinées des quatre éléments qui la composent. En effet, l'élément *l* donne uniquement naissance au cône végétatif de la tige, il représente l'*épiphyse*, cellule proembryonnaire semblable à celle qui a été découverte chez le *Myosotis hispida* (²) et chez le *Geum urbanum* (³), mais se trouvant ici individualisée dès le stade de la tétrade; l'élément *l'* engendre la partie cotylée, c'est-à-dire les tissus cotylédonaires avec les initiales du cylindre central du côté de la tige; aux dépens de l'élément *m* se différencient l'hypocotyle avec les initiales du cylindre central et de l'écorce au sommet radiculaire; enfin, aux dépens de l'élément *ci* se développent le primordium de la coiffe et un très court suspenseur.

Chacun de ces quatre éléments se divise pour engendrer un proembryon octocellulaire. Les trois cellules *m*, *l'* et *l* se segmentent par une paroi méridienne: l'élément *ci* se partage peu après par une cloison horizontale en deux cellules superposées *n* et *n'* (*fig.* 8 à 12). Un proembryon à seize cellules s'édifie ensuite par bipartition de ces huit nouveaux éléments. Les deux cellules des trois étages supérieurs *l*, *l'* et *m* se segmentent encore verticalement pour donner quatre cellules circumaxiales; l'élément *n* se divise par une paroi également verticale eu deux cellules juxtaposées, tandis que son frère *n'* se sépare par une paroi horizontale en deux cellules superposées *o* et *p* (*fig.* 13 à 18). Le proembryon à six étages, *l*, *l'*, *m*, *n*, *o* et *p*, ainsi constitué est comparable à celui que l'on rencontre chez la Sagittaire et chez la Persicaire (⁴), mais il s'en distingue par le mode de formation et les destinées de ses éléments constitutifs comme il est aisé de s'en rendre compte par l'examen des formules suivantes du développement :

I. — *Première génération*
(*de la cellule apicale, étant fait abstraction de la cellule basale*).

Proembryon à deux cellules disposées en deux étages...	*cc*	qui engendre	$pco + pvt$
	cd	»	$phy + icc + iec + co + s$

(¹) R. Souèges, *Développement de l'embryon chez le* Chenopodium Bonus-Henricus *L.* (*Bull. Soc. bot. Fr.*, t. 67, 1920, p. 233).

(²) R. Souèges, *Embryogénie des Boragacées. Les premiers termes du développement de l'embryon chez le* Myosotis hispida *Schlecht.* (*Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 726). *Les derniers stades du développement* (*Ibid.*, p. 848).

(³) R. Souèges, *Embryogénie des Rosacées. Les premiers stades du développement chez le* Geum urbanum *L.* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1070). *Les derniers stades du développement* (*Ibid.*, p. 1197).

(⁴) R. Souèges, *Recherches sur l'embryogénie des Polygonacées* (*Bull. Soc. bot. Fr.*, t. 66, 1919, p. 181).

II. — *Deuxième génération.*

Proembryon à quatre cellules disposées en quatre étages.	*l* qui engendre		*pvt*
	l'	»	*pco*
	m	»	*phy* + *icc* + *iec*
	ci	»	*co* + *s*

III. — *Troisième génération.*

Proembryon à huit cellules disposées en cinq étages...	*l* qui engendre		*pvt*
	l'	»	*pco*
	m	»	*phy* + *icc* + *iec*
	n	»	*co*
	n'	»	*s*

IV. — *Quatrième génération.*

Proembryon à seize cellules disposées en six étages....	*l* qui engendre		*pvt*
	l'	»	*pco*
	m	»	*phy* + *icc* + *iec*
	n	»	*co*
	o + *p* qui engendrent		*s*

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la relation existant entre l'acidité relative des tissus et la présence de l'anthocyanine dans les écailles de bulbes de Lis exposées à la lumière.* Note de M. **Marcel Mirande**, présentée par M. Guignard.

J'expose dans cette Note les principaux résultats de mes recherches sur l'*acidité relative* des écailles de bulbes de Lis avant et après leur pigmentation anthocyanique. Ces recherches étaient déjà commencées quand parurent celles de Nicolas [1] qui amenèrent cet auteur à constater une relation entre la formation de l'anthocyanine dans les feuilles et leur acidification; elles sont donc antérieures à un travail plus récent de Mlle Kohler [2], insistant sur le fait que la simple acidité d'un tissu végétal

(1) Nicolas, *Contribution à l'étude des relations qui existent dans les feuilles entre la respiration et la présence de l'anthocyane* (*Rev. gén. de Bot.*, t. 31, 1919).

(2) Kohler, *Étude de la variation des acides organiques au cours de la pigmentation anthocyanique* (Nemours, Imprimerie Henry Bouloy, 1921).

ne rend pas compte de sa teneur réelle en acides organiques, teneur qui ne peut être évaluée que par la détermination des acides à l'état libre jointe à celle des acides à l'état combiné. Il me semble cependant que, dans le cas particulier des écailles de Lis, la simple considération de l'acidité relative n'est pas dénuée d'intérêt.

Le dosage de l'acidité est effectué avec une liqueur titrée de KOH au $\frac{N}{50}$, et à la phénolphtaléine; les résultats sont exprimés par le nombre de centimètres cubes de liqueur titrée correspondant à 1g de *poids frais initial.*

On constate d'abord que, dans les écailles d'un bulbe au moment de son extraction du sol, le degré acidimétrique augmente de la périphérie au centre. Si, détachant les écailles d'un tel bulbe, on les abandonne au rougissement à la lumière, on constate que la vitesse de la pigmentation et son intensité marchent dans le même sens que l'acidité préalable des écailles; les écailles qui sont déjà les plus acides (au centre) rougissent les premières et avec le plus d'intensité.

Comparons maintenant, au point de vue acidimétrique, des écailles *identiques*, avant et après le rougissement.

Quatre groupes d'écailles de Lis blanc comprenant, chacun, deux lots identiques A et B ont donné :

A. Avant le rougissement.........	1169	1266	0935	1842
B. Après le rougissement..........	2498	3459	2224	2156

Trois observations analogues sur Lis Martagon ont donné :

A. Avant le rougissement.................	1246	0873	0977
B. Après le rougissement	1427	1425	1307

Ces nombres montrent que dans des tissus primitivement incolores et au même état chimique initial, l'acidité augmente en même temps que la pigmentation.

Remarquons que le détachement des écailles constitue une blessure qui doit exercer aussi de son côté une influence sur l'acidification. C'est ce que l'expérience confirme.

Voici les résultats de cinq expériences sur Lis Martagon :

	Lots identiques.			Acidité due à la	
Numéros.	A analysé tout de suite.	B mis à rougir.	C placé à l'obscurité.	blessure C — A.	pigmentation B — C.
1........	1,134	1,876	1,622	0,488	0,254
2........	1,259	2,230	2,214	0,955	0,016
3........	1,154	2,608	2,451	1,227	0,157
4........	0,884	1,164	1,077	0,193	0,087
5........	1,281	2,426	1,797	0,516	0,629

Les nombres ci-dessus indiquent que la blessure provoque une acidification des

tissus et permettent de voir, dans l'acidification totale, la part qui revient soit à la blessure, soit à la pigmentation. Suivant l'intensité de la pigmentation l'acidité due à cette dernière est plus grande ou plus petite que celle due à la blessure.

Le titre acidimétrique des écailles ayant rougi à la lumière est plus fort que celui des écailles abandonnées à l'obscurité et restées incolores, mais la différence est petite; on ne s'en étonnera pas si l'on songe que, dans ces écailles charnues, la pigmentation ne se produit que dans les assises sous-épidermiques.

D'autre part, et sans entrer dans les détails opératoires, je dirai simplement que j'ai constaté que, par le fait de la blessure, l'acidification intéresse toute la masse des écailles et que, dans des écailles très rouges, les assises pigmentées (faciles à isoler dans le Lis Martagon) sont beaucoup plus acides que le reste de l'écaille. Ainsi, pour ne citer qu'un seul exemple, des écailles rouges de Martagnon ont donné, comme titre acidimétrique en *poids frais actuel*, pour les pellicules pigmentées et pour la partie centrale blanche, respectivement, les nombres 5,535 et 3,183.

Il se produit donc, dans les écailles de bulbes de Lis, détachées et exposées à la lumière, une acidification générale due à la blessure et une acidification particulière corrélative de la pigmentation. Ces acidifications dépendent, comme on le sait, de phénomènes d'oxydation. Or, dans une précédente Note, j'ai montré la stricte localisation d'une oxydase dans les cellules susceptibles de produire de l'anthocyanine. Donc aucune oxydase n'intervient dans l'acidification de la masse générale des écailles; si l'oxydase, présente uniquement dans les cellules à anthocyanine, intervient dans l'acidification de ces cellules, on voit que l'acidification anthocyanique a, de ce fait, un caractère très spécial. Si l'oxydase n'intervient pas dans cette acidification (et l'on sait combien est limité le rôle oxydant des oxydases), quel est son rôle dans sa localisation si étroitement commune avec l'anthocyanine?

De toute façon on voit que, au cours de la synthèse de l'anthocyanine, intervient un phénomène d'oxydation.

BOTANIQUE. — *Étude sur les limites de végétation dans le Nord et l'Est de la France*. Note de M. **André Guillaume**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Les auteurs qui ont étudié les limites de végétation ont choisi arbitrairement quelques espèces dont ils ont délimité l'aire dans toute ou presque toute son étendue. Il est préférable de procéder d'une façon diamétralement opposée, c'est-à-dire de choisir une région restreinte dans laquelle on étudie les limites de toutes les plantes : c'est le seul moyen de déceler les influences qui leur sont communes.

En choisissant un quadrilatère dont les angles seraient formés par le

sud-ouest du Loiret, le nord-ouest de la Somme (en excluant le littoral), le nord-est de la Lorraine, le sud-est de la Haute-Saône, on constate que, sur 1332 espèces qui y croissent spontanément (les sous-espèces étant négligées), 340, c'est-à-dire un quart, y sont limitées au moins dans un sens.

On doit tout d'abord constater qu'assez souvent une plante est fréquente jusque sur sa limite (tout au moins sur une partie de celle-ci), contrairement à l'opinion trop absolue d'Alphonse de Candolle, qui soutenait qu'une plante devient de plus en plus rare à mesure qu'elle approche de sa limite. Quand, au contraire, l'espèce est rare jusqu'aux confins de son aire, il arrive parfois qu'on peut déterminer, en arrière de la limite absolue, une limite de fréquence où la plante devient subitement abondante, le plus souvent sous l'influence d'un sol favorable.

En recherchant maintenant quelles peuvent être les influences qui agissent sur les limites de végétation, on constate que, si un certain nombre de celles-ci ne paraissent, dans l'état actuel de la Science, soumises à aucune loi, les autres sont sous la dépendance de certaines influences qui sont les suivantes, d'après un ordre d'importance décroissant.

A. *Influences climatériques.* — Bien qu'à l'heure actuelle les botanistes admettent couramment que l'on ne peut trouver un lien entre les limites de végétation et les phénomènes météorologiques, on peut affirmer que ce sont ceux-ci qui, au contraire, ont la plus grande importance au point de vue de ces limites.

1° On constate que de nombreuses plantes sont arrêtées dans leur extension vers le Nord-Ouest, par une ligne dirigée du Centre-Ouest au nord de la France. Cette direction avait d'ailleurs été constatée déjà pour la Vigne et le Maïs.

Parmi les botanistes qui avaient étudié ces deux dernières, certains avaient soupçonné que, si ces plantes étaient ainsi limitées, c'est que, dans le Nord-Ouest, elles n'auraient pu trouver une chaleur suffisante pour mûrir leurs graines. En approfondissant la question, on constate que ces limites de végétation sont situées entre deux lignes isothermiques, la ligne des maxima moyens et la ligne des moyennes mensuelles, pendant les mois d'été précédant la maturation. Cela est parfaitement logique. La moyenne mensuelle ne fournit qu'une explication insuffisante, puisque ce sont plutôt les températures extrêmes qui favorisent la maturation. Mais les maxima moyens de température, à eux seuls, ne suffiraient pas davantage, car ce qui importe ce n'est pas un maximum de courte durée, mais la persistance d'une chaleur élevée.

Les limites de végétation paraîtraient d'ailleurs se rapprocher plutôt de

la ligne des maxima moyens, étant donné, notamment, que l'influence de la chaleur solaire agit dans le même sens.

2° Un assez grand nombre d'espèces sont arrêtées dans leur extension vers le Nord-Est, par une ligne presque perpendiculaire à la précédente. Elle traverse le bassin de Paris, du Nord-Ouest au Sud-Est. Si cette direction, NO-SE, avait bien été constatée, hors de France, par Grisebach, pour le hêtre et le châtaignier, elle n'avait jamais été indiquée en France.

Pour expliquer ces faits, Grisebach avait hésité entre deux raisons : le raccourcissement de la période de végétation ou les froids d'hiver. La véritable cause consiste dans les gelées tardives de printemps. En effet, ces limites coïncident sensiblement avec la direction de la ligne des maxima moyens, pendant la fin d'avril ou le commencement de mai.

3° Quelques plantes occidentales sont limitées, vers l'Est, par une ligne qui est à peu près parallèle au littoral de la Mer du Nord, puis de la Manche et enfin de l'Océan.

L'influence est pourtant toute différente : elle procède de l'amplitude de la variation thermique, jointe au nombre des jours de pluie. L'amplitude de la variation thermique doit être considérée, non par différence entre les moyennes, mais par différence entre les extrêmes; non par rapport à l'année entière, ni même à la période de végétation, mais pendant un temps beaucoup plus court.

La ligne de 26° d'amplitude entre les extrêmes de mai paraît être déterminante.

On doit ajouter l'influence des jours de pluie. Il faudrait que, pendant la période de végétation, la probabilité d'une pluie en un jour ne fût pas inférieure à 0,300. Ceci expliquerait que ces plantes ne se trouvent pas sur le littoral méditerranéen où l'amplitude de la variation thermique est faible.

4° Quelques plantes sont arrêtées dans leur extension vers le Sud, par une courbe qui, venant du littoral de la Manche, contourne Paris et revient sur les montagnes du Centre. De Candolle qui avait aperçu cette limite pour une plante l'expliquait par la sécheresse. Il vaut mieux dire « la chaleur sèche ».

B. *Influences géologiques.* — L'influence du sol se traduit de deux façons :

a. Une limite d'ordre météorologique, traversant un certain sol, peut être déviée, soit dans un sens, soit dans l'autre, suivant qu'elle rencontre un terrain favorable ou défavorable.

b. Une limite peut suivre l'affleurement d'un étage déterminé. Les cas les plus nets sont ceux où la limite suit un des affleurements concentriques du bassin de Paris.

C. *Influences physiques.* — Une barrière de collines, même peu élevées au-dessus d'une plaine, peut constituer un obstacle suffisant pour arrêter certaines plantes dans leur extension. Le cas le plus net consiste dans la falaise bathonienne de la Côte-d'Or.

La bordure de cette falaise donne en effet asile à un certain nombre d'espèces subalpines. Leur présence semble s'expliquer par un transport de graines amenées du Sud-Est par les vents et arrêtées par la falaise.

D. *Influences paléontologiques.* — On cherche souvent à se rendre compte de la présence de certaines plantes en supposant qu'il s'est produit en partie une survivance d'une flore ancienne. C'est là plutôt une absence d'explication, car il faudrait alors rechercher pourquoi ces plantes auraient subsisté dans certaines localités et non dans des localités voisines. Néanmoins, il semble que certaines limites, notamment en Côte-d'Or et en Normandie, ne puissent s'expliquer que de cette façon.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le dépérissement des jeunes noyers en* 1922. Note de M. **Med. Gard**, présentée par M. Lecomte.

Au printemps et dans le courant de l'été de cette année, un grand nombre de jeunes noyers ont été atteints d'un mal étrange, qui a provoqué la mort totale ou partielle des parties aériennes et parfois de l'arbuste tout entier. C'est un véritable désastre pour certaines régions. Il en est résulté une certaine émotion, à tel point que les agriculteurs ont pu se demander s'ils ne se trouvaient pas en présence d'une véritable épidémie ou mieux épiphytie, puisque le terme a acquis maintenant droit de cité, et s'ils devaient continuer à planter un arbre cependant devenu si précieux.

Depuis plus de deux ans que j'étudie les causes du dépérissement des noyers et que j'expérimente divers modes de traitement, rien de semblable ne s'était offert à mes investigations.

Ces noyers, greffés ou non, ont fait, pour la plupart, de belles pousses au printemps, puis les branches ont, en totalité ou en partie, séché par la suite, les uns de bonne heure, d'autres un peu plus tard, si bien que certains d'entre eux, florissants encore en juillet-août, ont dépéri à partir de ce moment-là.

J'ai pu étudier ces faits en divers points de la Dordogne, puis dans la Drôme et le Cantal, où ils m'ont été signalés par M. Foëx, directeur de la Station de Pathologie végétale de Paris, et je les ai retrouvés çà et là dans divers départements.

Ce sont les noyers jeunes de 10 à 20 ans qui ont subi ce mal. Toutefois, dans le Cantal, il s'est fait sentir aussi sur des noyers plus âgés, jusqu'à 50-60 ans.

Je résumerai les faits principaux qui se sont offerts à l'observation :

Tous les noyers jeunes n'ont pas été frappés. Il en est qui sont restés indemnes bien que se trouvant à côté des plus atteints. Les plus vigoureux, semble-t-il, sont parmi ces derniers.

La mortification suit nettement un développement basipète; elle commence par l'extrémité des branches et gagne progressivement la région moyenne, puis la base et le tronc.

Ce dernier n'est pas toujours entièrement mort. Il offre le plus souvent quelques repousses, au moins à la base.

Parfois la moitié de l'arbuste est restée saine tandis que l'autre est morte. Si l'on trouve des noyers entièrement morts, se sont les plus jeunes, récemment plantés. Mais, dans tous les cas, là où l'arbre offre encore des repousses vigoureuses sur le tronc ou à la base, la racine paraît entièrement saine.

Pour les noyers de plus de 30 ou 40 ans, les branches étant sèches, il s'est produit de belles repousses près du tronc; tel est l'aspect des arbres de cet âge à Pleaux et à Loupiac dans le Cantal.

Lésions externes. — Elles ne sont pas constantes. Elles consistent dans quelques rares gélivures. D'autres fois l'écorce s'enlève, se recroqueville sur une longueur variable. Chez certains individus, une lésion s'est produite au point de jonction de deux grosses branches et un liquide noirâtre s'en écoulait, à odeur forte et désagréable. Enfin j'ai vu, en août, de jeunes arbres perdre leurs feuilles offrant des régions mortifiées plus ou moins étendues.

Lésions internes. — L'écorce noircit soit totalement, soit partiellement sur les grosses branches et le tronc. Ce noircissement se produit dans un grand nombre de cellules de l'écorce, du liber et du cambium. Dans le bois, il a lieu dans les rayons médullaires à partir de l'assise génératrice, mais dans les fortes branches, il reste limité au bois récent. De la gomme apparaît dans les vaisseaux.

Un parasite constant et généralisé a été vainement cherché dans ces lésions. Celles-ci n'intéressent, en général, qu'une partie du tronc, un côté par exemple, l'autre restant sain ou n'offrant que des plages noircies d'étendue variable (1).

---

(1) Le bois mort a montré aussi parfois de nombreuses perforations dues à des Scolytes. Il n'est pas douteux que ces derniers soient venus après coup.

Il a donc fallu chercher ailleurs et j'attribue ces faits à l'action d'une température basse, d'un gel, survenu en pleine végétation. En effet, la première partie d'octobre 1921 a été très chaude, anormale même, puis il y a eu diverses oscillations et le 12 novembre, alors qu'il n'y avait pas eu de chutes de feuilles, le thermomètre est descendu à $-6^{\circ},9$ à Floirac (Gironde), très probablement plus bas dans le Cantal, alors que le 7, les températures maxima et minima étaient de $13^{\circ},6$ et de 6°, et que le 15 du même mois elles étaient de 16° et de $6^{\circ},2$.

Les faits observés sont la conséquence de quelques gels complets, mais surtout de gels partiels à cette date du 12 novembre. Heureusement les circonstances qui ont provoqué cet état de choses ne se produisent que rarement. En effet, de semblables faits ont été signalés dans des cas fort peu nombreux. J'y reviendrai plus amplement ailleurs.

Quoi qu'il en soit, l'objection la plus grave que l'on puisse faire à cette opinion c'est que certains jeunes noyers n'ont subi qu'en partie ces altérations, tandis que d'autres sont restés sains à côté des plus malades. A l'examen serré des faits, cette objection ne peut se soutenir. En effet ces derniers sont toujours des sujets moins robustes, moins vigoureux, avec des pousses plus petites que celle des premiers. Donc ils étaient moins riches en sève, par suite en eau, et leur végétation devait, au 12 novembre 1921, être plus ralentie.

D'ailleurs les réactions différentes des diverses parties d'une plante vis-à-vis du froid sont bien connues.

Quant au fait paradoxal, de voir une plante partiellement gelée, pousser normalement au printemps, puis dépérir pendant l'été, il s'explique par cela qu'un très grand nombre de cellules ne fonctionnent plus normalement; leur chimisme modifié a engendré des substances nocives pour les parties saines, substances qui sont entraînées peu à peu par l'apport puissant d'un système radiculaire resté en plein fonctionnement.

Enfin ces faits ne s'appliquent pas seulement aux noyers, mais ont été observés cette année même sur diverses autres plantes, avec des effets plus ou moins comparables : Figuier, Laurier noble, Vigne.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Rôle du chlorure de calcium dans la coagulation du latex d'*Hevea Brasiliensis. Note [1] de M. G. VERNET, présentée par M. Béhal.

Lorsque l'on ajoute en vase ouvert aux mêmes poids d'un même latex d'*Hevea* des quantités faibles mais *croissantes* de solution de chlorure de calcium à 10 pour 100, on obtient (après 24 heures) des rendements *croissants* en caoutchouc crêpé, lavé sous un courant d'eau distillé [2], puis desséché à l'air libre. *Exemple :*

Plantation de Tan-Dong (Cochinchine). Récolte du 18 *octobre* 1921.
Poids des divers échantillons de latex : 10^g.

Nos	Eau. (cm^3)	Caoutchouc sec pour 100.
1. Témoin coagulation naturelle..........	10	27,85
2. Solution $CaCl^2$ à 10 pour 100 1^{cm^3}......	9	28,37
3. Solution $CaCl^2$ à 10 pour 100 5^{cm^3}......	5	28,39
4. Solution $CaCl^2$ à 10 pour 100 10^{cm^3}.....	0	29,03

Il est à noter que la coagulation du témoin n'était pas complète au bout de 24 heures, tandis que le sérum des autres échantillons était parfaitement limpide.

Le chlorure de calcium a donc bien une action accélératrice sur la coagulation du latex d'*Hevea*, en même temps qu'il détermine, à doses croissantes, des augmentations de poids de la gomme industrielle obtenue d'un même latex.

Voilà le fait connu et de nouveau confirmé par cette expérience; mais, pour l'expliquer, les différentes hypothèses suivantes ont été proposées :

1° Accélération du sel de chaux sur l'action des enzymes coagulants (Campbell-Barrowcliff-Whitby);

---

(1) Séance du 24 juillet 1922.

(2) Des essais préliminaires ont montré que le coagulum des différents échantillons n'a ni la même plasticité, ni la même résistance à l'écrasement et à l'arrachement; il s'ensuit qu'en faisant passer un nombre égal de fois le coagulum des différents échantillons entre les cylindres à espacement invariable d'une machine à crêper, on n'obtient pas un produit d'égale épaisseur, cette dernière pouvant varier du simple au triple. L'opération du lavage, conduite dans ces conditions, n'est donc pas homogène dans tous les cas. Il était préférable, comme cela a été fait pour les expériences définitives, de passer la gomme entre les cylindres d'une machine à laver et à crêper jusqu'à ce que les différents échantillons obtenus aient acquis la même épaisseur. Le lavage a été ensuite complété en laissant séjourner une heure la gomme dans des quantités égales d'eau distillée, l'opération étant recommencée 6 fois.

2° Accélération, par le sel de chaux, du travail et de la multiplication des ferments figurés acidifiants (Eaton);

3° Action chimique (Vernet).

La présente Note a pour objet d'apporter des preuves nouvelles à l'appui de cette dernière hypothèse.

Expériences. — Pour élucider ce problème, il aurait été insuffisant de se borner à la détermination du poids des cendres, car les agents chimiques (surtout les chlorures) forment des composés minéraux volatils à haute température. Il était par contre préférable d'étudier la composition chimique minérale des différents échantillons, et, en particulier, de déterminer leur teneur en calcium et en chlore, non pas par rapport au poids des cendres, mais par rapport au poids de la gomme en expérience.

L'analyse minérale des échantillons précédents a donc porté à la fois sur les éléments calcium (évalué en CaO), acide phosphorique (évalué en P^2O^5) et chlore (évalué en Cl).

Nous avons alors obtenu les chiffres suivants qui doivent être mis en regard des résultats du premier tableau :

	Pour 100.		
N°.	CaO.	P^2O^5.	Cl.
1	0,002	0,030	traces
2	0,021	0,057	0,006
3	0,080	0,086	0,013
4	0,098	0,104	0,021

Cette expérience montre que la teneur des gommes en chaux, acide phosphorique et chlore, a augmenté avec la quantité de chlorure de calcium primitivement ajoutée au latex frais.

D'un autre côté, en faisant agir le chlorure de calcium sur les albuminoïdes redissous (obtenus en lavant à l'eau distillée une pellicule de caoutchouc préparée par évaporation rapide d'une faible couche de latex dans un courant d'air), nous avons obtenu un précipité contenant 1,63 pour 100 de chlore. Il est à noter qu'en lavant ce coagulum avec une grande quantité d'eau distillée, on arrive à le redissoudre lentement; le filtratum prend alors l'aspect de l'eau faiblement albumineuse.

L'expérience a également montré que le chlore (employé au moment même de sa préparation et débarrassé de toute vapeur d'acide chlorhydrique par passage dans deux flacons laveurs) est un agent direct et immédiat de la coagulation du latex d'*Hevea* et de ses albuminoïdes redissous.

La présence de l'acide phosphorique dans le latex d'*Hevea* nous a conduit à un certain nombre de dosages, nous avons noté jusqu'ici : P^2O^5 de 0,071 à 0,29 pour 100 de latex pur [1].

---

[1] Ces chiffres montrent que la saignée enlève aux arbres une quantité importante d'acide phosphorique et expliquent que ce soient les phosphates qui aient donné les meilleurs résultats dans nos essais sur les engrais chimiques répandus dans une plantation en rapport (*Bulletin agricole de l'Institut scientifique de Saïgon*, décembre 1920).

Interprétation des résultats. — La formation du phosphate de chaux après addition de chlorure de calcium, de même que l'augmentation de la teneur en chaux, acide phosphorique et chlore des échantillons soumis à l'expérience, permettent d'expliquer la réaction de la façon suivante : *en présence des phosphates solubles du latex, le chlorure de calcium se dédouble pour former d'un côté des phosphates de chaux moins solubles qui restent incorporés dans la gomme, tandis que le chlore se porte sur les matières albuminoïdes qui coagulent.*

L'augmentation du poids de gomme obtenue d'un même latex a donc une double origine :

1° Coagulation plus rapide et plus complète due au chlore mis en liberté (surtout pour le n° 2);

2° Incorporation dans le caoutchouc de matières minérales peu solubles (phosphates de chaux) et combinaison du chlore aux albuminoïdes insolubilisés.

En comparant les augmentations progressives des teneurs réciproques de la gomme en CaO et P^2O^5, nous pouvons constater que la valeur des chiffres obtenus ne se traduit pas dans tous les cas par un rapport défini fixe. Il n'y a donc pas formation d'un sel unique, mais présence d'un mélange de différents phosphates de chaux.

De même, la solubilité variable des phosphates de chaux et des albuminoïdes coagulés par le chlore ne permet pas d'établir un rapport fixe entre le poids des éléments Ca et Cl du chlorure de calcium employé et le poids de ces mêmes éléments restant incorporés dans la gomme lavée.

PHYSIOLOGIE. — *Avitaminose et inanition.* Note de MM. **Émile-F. Terroine** et **H. Barthélemy**, présentée par M. Henneguy.

Les physiologistes admettent à peu près unanimement qu'une nourriture constituée soit par du riz poli (Eykmann, Funk), soit par un mélange de corps purs (Osborne et Mendel, Mac Callum et Davis, etc.), soit par des aliments quelconques longuement chauffés à 125° (Weill et Mouriquaud), ne peut assurer la survie prolongée d'un animal, et que, dans la plupart des cas, la mort est précédée par des accidents nerveux caractéristiques. Accidents nerveux et mort auraient pour cause l'absence dans l'alimentation de substances diverses groupées sous le terme général de *vitamines.*

L'accord cesse quant aux causes des accidents et de la mort. Pour certains, les vitamines seraient indispensables pour le métabolisme intime des cellules, au même titre que les acides aminés (Commission d'alimentation de la Société de Biologie). Pour d'autres, elles interviendraient par un trouble des fonctions digestives : diminution de la motricité du tube digestif, du pouvoir sécréteur des glandes et des propriétés diastasiques des sucs (Bréaudat et Lalung-Bonnaire, Uhlmann, Aug. Lumière, Danysz-Michel et Koskowski). Dans ce cas, accidents et mort seraient de simples phénomènes d'inanition résultant de l'impossibilité pour l'intestin d'utiliser les aliments.

Il nous a paru que pour la discussion de ces deux doctrines il y aurait avant tout intérêt à préciser si réellement les accidents et la mort sont la conséquence d'une inanition profonde.

Pour entreprendre une telle recherche il fallait avoir en mains une sorte de mesure de l'inanition.

Or nos recherches antérieures [Terroine (1), Terroine et Barthélemy (2)] nous ont précisément permis d'établir qu'il existe un *test* rigoureux de la mort par inanition et qu'on peut l'exprimer ainsi : *Tous les sujets d'une espèce donnée, quelles que soient la chute de poids, la durée de survie, la température subie au cours de l'inanition, présentent toujours une même teneur en substances grasses et lipoïdiques soit de l'organisme total, soit du muscle. Ces deux valeurs constituent des éléments constants, caractéristiques, irréductibles.*

Il suffisait donc de déterminer comparativement chez des animaux morts d'inanition et chez d'autres de même espèce morts d'avitaminose la teneur en corps gras de l'organisme total. C'est ce que nous avons fait en poursuivant les essais sur des souris et des oiseaux (*Vidua principalis*).

Tous ces animaux sont conservés à une température voisine de 20°; les uns ne reçoivent que de l'eau; les autres une alimentation (pain pour les souris, graines de millet pour les oiseaux) ayant subi un chauffage à 125° pendant 30 minutes. Sur tous on dose à l'aide de la méthode de Kumagawa la totalité des substances grasses et lipoïdiques.

---

(1) *Ann. Sc. Nat. Zool.* 40e série, t. 4, 1919, p. 1-397.

(2) *Arch. Int. Physiol.*, t. 19, 1922, p. 88-102.

Teneur en substances grasses et lipoïdiques exprimée en grammes par kilogramme d'animal.

	Nombre de déterminations.	Valeurs moyennes.	Valeurs extrêmes.
Sujets morts d'inanition :			
Souris	7	23,6	22,3 à 26,2
Oiseaux (*Vidua principalis*)	8	24,35	22,2 à 26,0
Sujets morts d'avitaminose :			
Souris	15	29,0	23,9 à 35,7
Oiseaux (*Vidua principalis*)	9	24,7	18,8 à 31,2

Il ressort de ces chiffres que l'inanition est évidemment poussée très loin lors de la mort par avitaminose; elle ne peut, cependant, être considérée comme la cause unique de la mort, puisque celle-ci peut survenir pour des teneurs en corps gras de beaucoup supérieures (35,7 au lieu de 23,6 dans le cas de la souris; 31,2 au lieu de 24,35 dans le cas de la veuve) à celles qui caractérisent la mort par inanition.

Mais il y a plus. Dans les derniers jours, souffrant d'accidents nerveux, l'animal avitaminosé n'ingère presque plus de nourriture; il surajoute l'inanition à l'avitaminose.

La comparaison entre inanition et avitaminose doit donc se faire en prenant des sujets avitaminosés lors de l'apparition des accidents. C'est ce que nous avons fait en déterminant comparativement le taux des corps gras du muscle pectoral chez des pigeons normaux, morts d'inanition ou sacrifiés au début des accidents d'avitaminose résultant d'une alimentation unique au riz poli.

Teneur en substances grasses et lipoïdiques exprimée en grammes par 100g *de tissu sec du muscle pectoral de pigeon.*

Normaux.	Morts d'inanition.	Sacrifiés lors de l'apparition des accidents nerveux.
14,2	6,04	9,54
9,50	5,93	12,3
13,1	5,90	14,5
14,4	6,18	17,0
»	»	19,3

Les accidents nerveux apparaissent donc, comme le montrent les données acquises, alors que l'organisme possède encore d'abondantes réserves.

De l'ensemble des faits observés on peut donc conclure que, si l'inanition se surajoute indubitablement aux phénomènes d'avitaminose, ni la mort, ni les accidents nerveux ne peuvent être purement et simplement réduits à des accidents d'inanition.

ACOUSTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Phonation et audition téléphonique.* Note de M. **Marage**, présentée par M. G. Ferrié.

Dans cette Note, je vais étudier quelques-unes des causes physiologiques qui empêchent de bien comprendre (je ne dis pas entendre) la voix parlée ou chantée dans un récepteur téléphonique muni ou non de fil conducteur.

Je rappellerai d'abord quelques faits d'expérience que j'ai réunis dans des travaux précédents. Puis j'étudierai successivement la voix parlée et la voix chantée. Dans chacun des cas j'examinerai d'abord le parleur, ensuite l'auditeur.

A. Faits d'expérience déja connus. — 1° L'oreille est beaucoup plus sensible aux sons aigus qu'aux sons graves, c'est-à-dire qu'il faut une énergie beaucoup plus faible pour faire entendre les sons aigus [1].

2° Il n'y a pas deux oreilles absolument semblables parce que les centres auditifs cérébraux, qui font partie intégrante de l'oreille interne, interprètent les vibrations qui ont impressionné l'oreille [2].

3° La fonction d'audition, c'est-à-dire d'entendre, n'est pas plus fatigante que la fonction de respiration, de circulation, ou de digestion. C'est « écouter » qui est fatigant parce que le cerveau intervient.

B. Voix parlée. — *a. Parleur.* — Au téléphone il faut entendre et comprendre; s'il suffisait d'entendre, les voix de femmes et d'enfants auraient une grande supériorité sur les voix d'hommes, mais il faut comprendre, c'est-à-dire distinguer les voyelles et les consonnes. Le parleur doit bien articuler et parler lentement pour que tous les éléments du langage aient le temps d'impressionner l'oreille et d'être compris par le cerveau. Or deux cas se présentent :

Premier cas. — Les consonnes durent moins longtemps que les voyelles : si nous photographions les vibrations du mot « bonjour » et si nous prenons

---

(1) *Comptes rendus*, t. 140, 1905, p. 87.

(2) *Comptes rendus*, t. 147, 1908, p. 646.

comme unité de temps la durée du son le plus court : *r* ($\frac{1}{24}$ de seconde), nous obtenons les résultats suivants :

B	n'existe pas		
ON	dure	$\frac{15}{24}$	de seconde
J	»	$\frac{2}{24}$	»
OU	»	$\frac{21}{24}$	»
R	»	$\frac{1}{24}$	»

Le rapport de la durée des consonnes à celle des voyelles est de 3 à 36 ou 1 à 12. Les voyelles impressionnent donc beaucoup plus longtemps l'oreille que les consonnes et, si celles-ci sont mal prononcées, il ne reste plus que les voyelles, c'est-à-dire que le mot devient incompréhensible.

Prenons au contraire les quatre mots : *le roulement du tonnerre* prononcés par un méridional; à l'inverse de ce qui se passe dans le cas précédent, les consonnes ont une importance égale ou supérieure à celle des voyelles. On prend comme unité de temps le $\frac{1}{5}$ de seconde qui est le temps que met le rayon lumineux à tracer une ligne.

L	dure	$\frac{1}{5}$	de seconde	D	n'existe pas		
E	»	$\frac{0,75}{5}$	»	U	dure	$\frac{0,75}{5}$	de seconde
R	»	$\frac{3}{5}$	»	T	»	$\frac{2,5}{5}$	»
OU	»	$\frac{2}{5}$	»	ON	»	$\frac{1}{5}$	»
L	»	$\frac{0,20}{5}$	»	N	»	$\frac{0,20}{5}$	»
E	»	$\frac{1.5}{5}$	»	E	»	$\frac{2}{5}$	»
M	»	$\frac{0,20}{5}$	»	R	»	$\frac{5}{5}$	»
ENT	»	$\frac{1}{5}$	»	E	»	$\frac{0,50}{5}$	»

Le rapport de la durée des consonnes à celle des voyelles est environ de 4 à 3.

On devrait donc, toutes autres conditions égales d'ailleurs, prendre comme téléphonistes des méridionaux qui font entendre également bien voyelles et consonnes.

b. Auditeur. — L'acuité auditive étant mesurée comme je l'ai indiqué en 1900 (*Société française de Physique*, séances de Pâques) avec les voyelles synthétiques, il est rare de trouver chez les téléphonistes une audition, je ne dirais pas fine, mais normale [1]; est-ce la fatigue produite par l'usage prolongé du téléphone? peut-être, car il y a dans ces occupations un travail

---

[1] Dans l'audition normale, les voyelles synthétiques doivent être entendues à 1^m sous une pression d'air de 1^{mm} d'eau.

cérébral d'attention très grand, d'autant plus que le public parle trop vite, prononce mal, et écoute mal; la plupart du temps, les appareils étant supposés bons, c'est le public qui est responsable du mauvais rendement des instruments.

C. VOIX CHANTÉE. — J'ai eu l'occasion, au mois de mai dernier, de faire entendre par T. S. F. à mes élèves de la Sorbonne un concert de chant donné à la Tour Eiffel. Les auditeurs au nombre de 300 environ devaient donner par écrit leurs impressions au point de vue du chant et de la compréhension des paroles. Quarante-six copies ont été remises. Il ressort des observations quelques faits intéressants :

1° Les notes sont très exactement transmises.

2° Les voix d'homme sont mieux comprises que les voix de femme.

3° Si l'air est connu de l'auditeur, il comprend très bien les paroles parce qu'il sait d'avance ce que le chanteur va dire. Pour faire de bonnes expériences il faudrait donc que musique et paroles fussent absolument inconnues des élèves.

4° Les résonateurs qui augmentent l'intensité du son le transforment beaucoup. C'est une observation que j'avais faite en 1897 en photographiant les flammes de Kœnig.

CONCLUSIONS. — Cette Note, qui n'est que le résumé d'expériences faites déjà depuis longtemps, conduit aux mêmes résultats que ceux indiqués par M. Fletcher dans *Journal of the Franklin Institute*, juin 1922, page 729, travail dont le résumé a paru dans la *Revue générale des Sciences* du 15-30 septembre 1922. Ceci est intéressant car les procédés employés sont absolument différents.

HISTOLOGIE. — *Sur le fonctionnement du tissu adipeux; recherches sur la glande nuchale des Rongeurs.* Note de **M. A. POLICARD**, présentée par M. E. ROUX.

Dans une récente Note (¹), j'ai signalé les conséquences physiologiques importantes du phénomène de l'interversion de structure qui se produit à un moment donné de l'évolution de la cellule adipeuse.

Avant cette interversion, la graisse est présente sous la forme de vési-

(¹) POLICARD, *Sur le mécanisme de fonctionnement des cellules adipeuses* (*Comptes rendus*, t. 175, 1922, p. 534).

cules très nombreuses, mais petites, donnant à l'ensemble de la cellule un aspect muriforme bien connu. A ce stade, l'élément est incapable de fixer directement la graisse dans le sang, donc de se colorer vitalement par le rouge écarlate donné avec l'alimentation.

Mais la graisse augmentant, il y a, à un moment donné, interversion rapide de la structure. La graisse est présente sous forme d'une seule gouttelette de graisse, qui remplit la totalité de la cellule. Celle-ci est, à cet état, capable de fixer directement les hémoconies du sang et de se colorer vitalement par le rouge écarlate. Cette interversion est plus qu'un fusionnement des petites gouttelettes de graisse en une seule; elle comporte un changement d'état colloïdal. Le contenu de la cellule semble être devenu une suspension de particules protoplasmiques aqueuses dans un milieu de dispersion huileux.

Ces notions semblent être mises en évidence d'une façon particulièrement nette, au niveau d'un organe adipeux assez curieux qui se trouve situé dans la région de la nuque chez le Rat blanc et qui a reçu le nom, assez impropre d'ailleurs, de glande de la nuque ou glande nuchale. La signification physiologique de cet organe est mal connue; on l'a comparé à une glande à sécrétion interne du type du corps jaune. Je ne discuterai pas ici ce point de vue, ne voulant envisager qu'un des mécanismes de son fonctionnement.

Cet organe est constitué par des groupes de lobules adipeux de deux types. Les uns sont de couleur brune et d'aspect opaque; ils sont constitués par des cellules adipeuses renfermant des gouttelettes de graisse nombreuses, petites et serrées, du type antérieur à l'interversion de structure. Les autres lobules sont blancs et translucides; ils sont constitués par des éléments adipeux typiques, avec une seule goutte huileuse remplissant toute la cellule, en somme au stade postérieur à l'interversion. On trouve ainsi, dans cet organe, les deux types fondamentaux d'éléments adipeux. Il est donc facile d'étudier comparativement les propriétés respectives de ceux-ci.

La différence de constitution colloïdale de la graisse dans ces deux variétés de cellules est facilement mise en évidence par le procédé de la tache. Quand, dans un mélange eau-huile, la phase interne est l'huile, la phase externe l'eau, ce mélange mouillera le papier de soie qui viendra à son contact; il ne le graissera pas; la tache formée séchera, et disparaîtra vite. Quand, dans le mélange eau-huile, l'eau forme la phase interne et l'huile la phase externe, ce mélange graissera le papier, il ne le mouillera

pas; la tache produite, ne séchant pas, persistera. En appliquant ce procédé à la glande adipeuse nuchale, on constate que les lobules du premier type, à petites gouttelettes, mouillent seulement le papier de soie et que les lobules du deuxième type, à grosse gouttelette unique, graissent le papier. Dans ces derniers, la graisse constitue donc la phase externe et le protoplasma la phase interne.

En étudiant cet organe adipeux chez des animaux nourris avec de la graisse colorée au rouge écarlate, on constate que, avec toutes les masses adipeuses, les lobules du second type sont colorés en rose; par contre, les lobules du second type, avec graisse en petites gouttelettes, ne sont pas colorés; ils ont été incapables de fixer directement la graisse colorée circulant dans le sang sous forme d'hémoconies; les éléments à grosse vésicule unique ont pu, au contraire, réaliser cette fixation directe de la graisse colorée.

On saisit ainsi d'une façon nette la relation qui existe entre la structure de l'élément adipeux et sa capacité de fixation directe de la graisse. Elle est liée à sa constitution colloïdale même; elle n'a lieu que pour les cellules dans lesquelles l'huile constitue la phase externe ou milieu de dispersion.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Séparation des globulines du sérum de cheval.* Note de M. **Vila**, présentée par M. E. Roux.

On a vu [1], par la mesure de la viscosité des solutions de protéines de cheval, que la coagulation des colloïdes du sérum en contact avec l'acétone, peut être évitée quand on abaisse la température du milieu.

Cette notion a été appliquée au procédé d'analyse étudié en collaboration avec M. Piettre [2], procédé dans lequel l'acétone est utilisée pour séparer les sels et les matières grasses des protéines du sérum. En même temps le détail opératoire de la séparation des protéines a été modifié. Il en est résulté la scission du groupe des globulines, autrefois confondues dans le même précipité, en deux fractions distinctes.

Mode opératoire. — 1° *Préparation des protéines du sérum.* — Le sérum dilué de son volume d'eau, refroidi à 0°, est versé en agitant dans trois volumes d'acétone à —10° C. Et le mélange centrifugé dans un appareil Jouan.

---

(1) A. Vila, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1131.

(2) M. Piettre et A. Vila, *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1466.

Après avoir décanté le liquide limpide chargé de sels et des corps gras, le dépôt contenant la totalité des protéines est malaxé avec de l'éther, afin d'en chasser l'acétone. Les protéines sont ensuite dissoutes dans l'eau en rétablissant le volume du sérum dilué. On obtient ainsi, en quelques minutes, une solution claire dont la viscosité, par suite du traitement rapide à froid, est restée voisine de celle du sérum.

2° *Séparation des Globulines et de la Serum-Albumine.* — Elle est fondée sur la floculation spécifique qui s'observe lorsqu'on précipite la solution des protéines, préparées comme ci-dessus, en ajoutant une quantité d'acide juste suffisante.

On détermine la dose optimum d'acide en introduisant, dans des tubes calibrés, 2^{cm^3} de solution des protéines et en ajoutant à ces prélèvements des quantités croissantes de $1^{cm^3},5$ à 3^{cm^3} de HCl $\frac{N}{100}$. Le volume de chaque essai est ensuite complété à 5^{cm^3} avec de l'eau distillée. Dans ces conditions, on constate que, pour donner son maximum de floculation, la solution des protéines, à la concentration du sérum, exige en moyenne $2^{cm^3},2$ d'HCl $\frac{N}{100}$; soit une teneur de $\frac{1}{1250}$ d'acide chlorhydrique.

En additionnant le volume total de la solution des protéines d'une quantité d'acide proportionnelle à la dose trouvée pour 2^{cm^3}, on obtient le premier dépôt de globuline. Cette globuline d'abord lavée par centrifugation, est ensuite purifiée par dissolution dans l'eau alcalinisée avec de la soude $\frac{N}{10}$ et précipitation par addition ménagée d'acide $\frac{N}{10}$. L'opération est répétée jusqu'à ce que la liqueur surnageant le précipité ne contienne plus qu'une trace de protéine décelable par l'acétone ajoutée en excès.

Le traitement se poursuit sur les protéines restées en solution mélangées aux eaux de lavage de la première fraction des globulines. Ce liquide est de réaction légèrement acide.

Pour avoir une nouvelle séparation dans cette solution il faut, par une seconde précipitation à froid à l'acétone, éliminer l'acide introduit. Les liqueurs acétoniques retiennent l'acide chlorhydrique ainsi que les sels entraînés, et les protéines, débarrassées des matières minérales qui s'opposaient à leur séparation, peuvent alors se fractionner.

Le dépôt centrifugé, lavé à l'éther, est mis en suspension dans l'eau pure. Un important résidu demeure insoluble; on le purifie par dissolution en liqueur légèrement acide et précipitation par l'acétone. Il constitue la deuxième fraction des globulines.

Le liquide limpide de la macération contient l'albumine du sérum; on la purifie par précipitations fractionnées à l'acétone. Dès la troisième précipitation, les flocons obtenus se redissolvent sans résidu dans l'eau pure et leur solution coagule par la chaleur à partir de la température de 48° C.

Étude analytique. — Les analyses ci-dessous montrent les modifications des complexes protéines-matières minérales, aux différentes étapes du traitement par l'acétone et l'acide chlorhydrique.

A. *Déminéralisation des protéines du sérum par l'acétone* :

	Sérum ($V = 100^{cm^3}$).		Protéines ($V = 200^{cm^3}$).	
	g		g	
Extrait sec.........	8,080		7,020	
Cendres............	0,875		0,271	
Na Cl..............	0,526	0,626	0,093	0,104
CO^3Na^2............	0,100		0,011	

B. *Séparation de la première fraction des globulines.* — Après addition de 16^{cm^3} de HCl $\frac{N}{10}$, on a obtenu :

	Solution acide provenant de 145^{cm^3} des 200^{cm^3}.	1re fraction de globuline insoluble (HCl $\frac{1}{1250}$).
	g	g
Extrait sec......	3,660	1,160
Cendres.........	0,267	0,015
Na Cl...........	0,157	trace

C. *Élimination de l'acide introduit et séparation de l'albumine.* — Les $\frac{9}{10}$ du volume de la solution acide des protéines ci-dessus ont été traités par l'acétone. Cette opération a donné :

	Globuline soluble HCl $\frac{1}{1250}$.	Albumine.	Solution acétonée.
	g	g	g
Extrait sec..........	0,772	2,194	0,213
Cendres.............	0,008	0,046	0,165
Na Cl..............	trace	0,006	0,139

Ces dosages démontrent le rôle de l'acétone en vérifiant l'importante diminution des sels alcalins associés aux protéines (Tableau A) ainsi que le passage dans l'extrait acétoné de l'acide, ajouté pour précipiter la globuline (Tableaux B et C) accompagné de sels entraînés par les protéines.

Rendements des fractions séparées. — Les globulines et l'albumine de 100^{cm^3} de sérum ont été séparées suivant le procédé décrit et pesées à poids constant à 100°-110° C. On a trouvé :

	g		pour 100	
Protéines dégraissées, déminéralisées	6,64		100	
Globuline insoluble (HCl $\frac{1}{1250}$).......	1,62	6,07	24,3	91,3
Globuline soluble »	1,80		27,1	
Sérum-albumine....................	2,65		39,9	

Quelques centièmes, passés dans les lavages, ont été perdus.

Conclusions. — L'addition de moins de $\frac{1}{1000}$ d'acide chlorhydrique et le traitement à l'acétone, dans les conditions indiquées, permettent de retirer du sérum une première fraction de globuline caractérisée par son insolubilité dans le milieu acide spécifié. Une autre fraction de globuline se sépare quand on élimine l'acide introduit. La troisième fraction des protéines, très soluble dans l'eau, possède les caractères de la sérum-albumine. L'extraction de ces trois fractions s'obtient, à partir du même prélèvement de sérum, avec un rendement au moins égal à 90 pour 100.

PATHOLOGIE. — *Un cas de rage chez une lionne.* Note de MM. **Y. Manouelian** et **Jules Viala**, présentée par M. E. Roux.

On n'a jamais signalé, du moins à notre connaissance, la rage du lion confirmée expérimentalement. Nous venons d'en observer un cas typique.

Un lot de quatre jeunes lionnes âgées de huit mois, venant d'Abyssinie, arrive à Paris. Leur propriétaire remarque que l'une d'elles présente une attitude anormale. Elle est devenue taciturne, triste, se tient à l'écart et refuse de manger. Le lendemain elle est très agitée et rugit sans cesse. On remarque aussi que le timbre de la voix était devenu plus grave. Au bout de vingt-quatre heures, à cette période d'agitation fait suite une paralysie du train postérieur qui s'accentue rapidement. Le jour suivant, la paralysie a gagné les membres antérieurs. La lionne meurt après une courte agonie. La maladie n'avait duré que trois jours. Cependant, M. Bricot, vétérinaire, avait diagnostiqué la rage.

L'autopsie est pratiquée. Aucune modification apparente du système nerveux central ni de ses enveloppes. Les viscères paraissent également normaux. L'estomac est vide. L'urine obtenue par la ponction de la vessie accuse une forte glycosurie.

L'examen microscopique de la corne d'Ammon, à l'aide de la méthode de Mann, décèle les corpuscules caractéristiques de la rage, décrits par Negri : corpuscules de forme et de dimensions variables et le plus souvent inclus dans le cytoplasme et les dentrites des cellules nerveuses. Les corps les

plus communs mesurent 3, 8, 10, 15. Souvent ovalaires ou arrondis, ces corps contiennent à leur tour des inclusions dans une masse homogène. Il y a des corps de Negri qui contiennent un corpuscule central plus volumineux que les autres qui l'entourent à la manière d'une couronne.

L'étude histologique du ganglion plexiforme présente aussi les lésions de la rage. La plupart des cellules nerveuses sont détruites et remplacées par des nodules composés par des éléments mononucléaires. On peut suivre dans une seule coupe toutes les étapes du processus :

Les cellules satellites, qui à l'état normal entourent les cellules nerveuses du ganglion, prolifèrent, envahissent les cellules nerveuses et les détruisent. Comme il existe simultanément un grand nombre de cellules nerveuses atteintes par le même processus, on voit dans les ganglions des zones où il n'existe plus aucun élément nerveux.

L'émulsion du bulbe rachidien inoculée dans la chambre antérieure de l'œil chez un lapin et dans les muscles cervicaux de deux cobayes a provoqué une rage typique chez tous, après quatorze et quinze jours d'incubation. L'examen histologique était positif : corpuscules de Negri dans la corne d'Ammon. Destruction des cellules nerveuses du ganglion plexiforme par les cellules satellites.

Au point de vue clinique et histologique, il s'agit bien de la rage chez cette lionne. Il serait intéressant de savoir comment elle a pu la contracter; est-ce par une morsure de chien ou par une morsure d'individu de son espèce? Il nous a été impossible de nous renseigner sur ce point. On peut aussi supposer qu'elle s'est nourrie d'un animal enragé soit avant sa capture, qui était récente, soit après sa captivité; une blessure faite à la muqueuse buccale par une esquille osseuse ayant permis l'introduction du virus rabique provenant soit de la bave, soit du cerveau et de la moelle de l'animal enragé qui lui a servi de nourriture.

BACTÉRIOLOGIE. — *Sur un mode inédit de préparation des vaccins.* Note de M. René Zivy, présentée par M. Bazy.

Depuis le premier vaccin préparé par chauffage à 120° (vaccin antityphique de Chantemesse et Widal en 1888), la préoccupation des bactériologistes a été constamment de réduire le plus possible le degré de chauffage nécessaire à la stérilisation, et c'est ainsi qu'on est arrivé à la méthode des chauffages successifs à 56°-57°.

Cette préoccupation provenait de ce que, plus on chauffe un bacille, plus

on diminue ses propriétés vaccinantes et plus on augmente sa toxicité.

J'ai pensé que la chaleur, altérant les substances albuminoïdes, était cause des résultats incomplets et des troubles locaux ou généraux consécutifs généralement observés.

Les produits chimiques tels que : iode, éther, phénol, employés également pour la stérilisation des vaccins, m'ont paru avoir les mêmes inconvénients.

J'ai alors pensé à utiliser le froid.

Mais tous les travaux antérieurs sur l'action du froid continu sur les bactéries (Pictet et Yung, d'Arsonval et Charrin, Beijerinck et Jacobsen, Pozerski) montraient ces dernières s'accoutumant à leurs nouvelles conditions d'existence, vivent et se reproduisent aux plus basses températures. J'ai cherché à détruire cette accoutumance en faisant subir à des cultures des gels et dégels successifs [1].

J'obtiens une stérilisation complète par une technique très simple :

Les cultures sur gélose sont émulsionnées dans l'eau physiologique. Cette solution est titrée à l'opacimètre à 50 milliards par centimètre cube. La solution, contenue dans un tube d'alumininium (pour prévenir l'éclatement des tubes de verre qui ont fait échouer nos premières expériences) est placée dans une glacière à température constante de — 18°. Cette température de — 18° s'établit à l'intérieur du tube d'aluminium en 1 heure et demie environ. Les tubes sont laissés 5 heures dans la glacière, retirés, et laissés ensuite une durée égale à la température de la pièce (+ 16° environ). Il y a eu à ce moment un gel et un dégel.

Suivant les races de microbes, il est nécessaire de répéter cette opération :

Pour le pneumocoque	2 fois
Pour le streptocoque	2 »
Pour le colibacille	4 »
Pour le staphylocoque	6 »
Pour l'entérocoque	6 »

Après le nombre de séjours à la glacière indiqués, la stérilisation est définitive, comme le montre le contrôle par cultures stériles pendant trois mois. Il ne reste qu'à diluer la solution mère avec de l'eau physiologique pour obtenir le titrage désiré.

Au cours de mes expériences j'ai essayé de mettre dans la glacière les boîtes de gélose cultivée : après vingt passages dans la glacière, les prélèvements montraient que les microbes étaient toujours vivants.

---

[1] Prudden (*New York Medical Record*, 1887) a fait, en vue de la stérilisation des eaux potables, des expériences dont les conclusions concordent parfaitement avec les résultats des miennes.

Pour étudier la toxicité de ce vaccin, je me suis servi d'un vaccin mixte, contenant par centimètre cube :

Pneumocoque	100 millions.
Streptocoque	100 »
Entérocoque	100 »
Staphylocoque	100 »
Colibacille	100 »

Soit 500 millions de bactéries. J'ai injecté $1^{cm^3},5$ de vaccin, soit 750 millions de bactéries dans la veine de lapins de $2^{kg},800$ environ : ceux-ci n'ont présenté aucun trouble, même pas d'agitation. La dose non toxique dépasse donc 300 millions par kilogramme d'animal.

La dose que j'ai généralement employée chez l'homme n'est que de 500 millions de bactéries. Je n'ai jamais observé le moindre trouble local ou général.

BACTÉRIOLOGIE. — *Porteurs sains de bacilles pesteux.* Note de MM. **Marcel Leger** et **A. Baury**, présentée par M. F. Mesnil.

« La part d'hypothèse est encore trop grande dans l'histoire de cette maladie et, sur nombre de points importants, comme celui de la conservation du virus, le champ demeure ouvert aux investigations. » C'est par cette phrase, qui incite aux recherches de toutes sortes, que P.-L. Simond termine son remarquable article sur la peste dans le *Traité de Pathologie exotique* de Grall et Clarac.

Une constatation récente faite au Sénégal semble prouver que, dans l'endémicité de la peste, dans « la conservation du virus », il faut faire intervenir à côté du réservoir Rat, bien connu et indéniable, le réservoir Homme.

Le Service d'Hygiène de Dakar fait conduire immédiatement à un lazaret extraurbain les indigènes habitant les cases où un cas de peste s'est déclaré. L'isolement dure 5 jours; il est profité de ce laps de temps pour assurer la désinfection des effets et la désinfection des locaux.

Nous nous sommes demandé si les Noirs, ayant été en contact avec des malades, ne pouvaient pas être porteurs de bacilles de Yersin.

Le 6 septembre, avec l'aide obligeante de M. Bergonier, adjoint du directeur, le Dr Heckenroth, nous avons visité le lazaret où se trouvaient depuis l'avant-veille une trentaine de Noirs. Dix de ceux-ci, choisis au

hasard par des gardiens, nous ont été menés. Ils avaient l'apparence d'une santé parfaite. Ils n'avaient pas de fièvre et n'avaient pas été malades les jours précédents. Tous étaient porteurs de ganglions inguinaux, ce qui est pour ainsi dire de règle chez les Noirs africains; mais ces ganglions n'étaient ni volumineux, ni enflammés, ni le moindrement douloureux.

La ponction pratiquée chez chacun de ces dix sujets permit de faire des frottis de suc ganglionnaire.

Chez trois des dix Noirs, Yara Sangaré, Sidi Konaté, Djan Mandé, provenant de trois quartiers différents de Dakar, nous avons eu la surprise de rencontrer des coccobacilles, rares ou très rares, bipolaires, ne prenant pas le Gram, ayant en somme les apparences morphologiques et les réactions tinctoriales du bacille pesteux.

Il importait de compléter notre observation. Yara Sangaré et Sidi Konaté furent conduits à l'Institut de Biologie, le premier le 7 septembre, le deuxième le 11 septembre. Par une nouvelle ponction, on préleva, chez chacun d'eux, une goutte de suc ganglionnaire qui, additionnée de sérum physiologique, fut inoculée dans le péritoine de rats sauvages.

Yara Sangaré servit à inoculer deux *Mus decumanus*, Sidi Konaté deux *Mus rattus*.

a. Des deux rats de Sangaré, l'un, le n° 123, paraît malade dès le quatrième jour. Il est sacrifié, très malade, le 15 septembre, afin de pouvoir ensemencer, avec quelque chance de succès, le sang du cœur. Sur frottis de sa rate, sont trouvés les mêmes bacilles que dans le suc ganglionnaire de Sangaré.

Ce *Mus decumanus* 123 sert à inoculer à son tour deux autres animaux : un *Myoxus murinus* 132, qui meurt en 8 jours, et un *Mus decumanus* qui meurt en 11 jours. Chez les deux, les frottis d'organes montrent le même germe microbien que chez *Mus decumanus* 123.

Le sang du cœur du *Mus decumanus* 123, ensemencé sur gélose, a donné une culture pure, que nous conservons, d'un coccobacille ayant toute apparence du bacille pesteux. Il était nécessaire de l'identifier par inoculation aux animaux d'une part, par culture sur divers milieux d'autre part.

Une culture de deuxième passage sur gélose, vieille de 48 heures, est inoculée dans le péritoine à un *Mus musculus*, un *Myoxus murinus*, un *Mus decumanus*, un Cobaye, aux doses respectives de $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ centimètre cube d'émulsion. La souris grise et le lérot meurent en 20 heures, le rat gris en 3 jours, le cobaye en 26 heures. Tous ont des bacilles pesteux nombreux dans leurs organes.

La souche provenant du *Mus decumanus* 123 (virus Sangaré) est ensemencée en bouillon recouvert d'huile, sur gélatine, pomme de terre et géloses sucrées diverses. Bouillon : culture en stalactites. Gélatine : non liquéfiée. Pomme de terre : culture très grêle. Milieux sucrés : Lactose +, Galactose +, Mannite +, Lévulose +, Glucose +.

Le deuxième *Mus decumatus*, n° 124, inoculé le 7 septembre avec le suc ganglionnaire de Yara Sangaré, ne paraît jamais malade. Sacrifié le 28 septembre, il présente pourtant dans ses organes les mêmes coccobacilles que les autres.

b. Les deux *Mus rattus* inoculés dans le péritoine, le 11 septembre, avec le suc ganglionnaire de Sidi Konaté sont sacrifiés, très malades, le 22 septembre, et trouvés porteurs dans leurs organes de bacilles de Yersin.

Diverses considérations d'ordre pratique découlent de nos recherches.

1° Des sujets, jouissant d'une bonne santé apparente, en tout cas n'ayant présenté aucun trouble morbide ni avant ni pendant 28 jours d'observation, peuvent héberger dans leurs ganglions, indolores et non enflammés, des bacilles de Yersin. Ce ne sont pas des pesteux ambulatoires à *Pestis minor*. Ce sont vraiment des *porteurs sains*, impossibles à dépister cliniquement.

Les bacilles isolés de leur suc ganglionnaire ont les réactions culturales de bacilles pesteux authentiques; leur virulence pour les rongeurs n'est nullement atténuée : une culture sur gélose de 48 heures entraîne la mort de la souris grise et du lérot en 20 heures, du cobaye en 26 heures, du rat gris en 3 jours. Ils sont tout aussi pathogènes que les germes, provenant de crachats de 10 broncho-pneumoniques pesteux dont nous avons récemment vérifié la virulence à la demande du Dr Lhuerre, chargé du Service des Contagieux de l'Hôpital Indigène. Ils entraînent plus vite la mort des animaux en expérience que les bacilles de Yersin de diverses souches que nous entretenons à l'Institut de Biologie (quatre datent de 1921, deux de 1922).

2° Aucun parallélisme n'existe, pour certains bacilles de la peste, entre la virulence chez l'Homme et la virulence chez les animaux.

3° Encore plus que les pesteux ambulatoires, les porteurs sains de bacilles de Yersin échappent à la surveillance médicale même prolongée. Leur rôle doit cependant n'être pas nul dans le maintien de l'endémicité et aussi dans la dissémination à distance du mal.

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.